

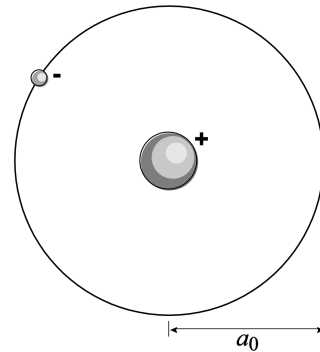
Waterstofatoom

Ongeveer 380.000 jaar na de oerknal was de temperatuur van het heelal zo ver gedaald dat de protonen elektronen konden ‘vangen’ en vasthouden: hierdoor werden voor het eerst stabiele waterstofatomen gevormd. Driekwart van de zichtbare materie van het heelal bestaat uit het element waterstof, de grondstof van de energieproductie van alle sterren. Zonder quantumfysica valt het bestaan van stabiel waterstof echter niet te begrijpen!

klassiek

Het klassieke beeld van het waterstof atoom is dat van een micro-zonnestelsel, waarin het elektron als een puntlading op een afstand a_0 (BiNaS tabel 7) in een cirkelbaan om de kern draait. Zie figuur 1. Het elektron ondergaat een middelpuntzoekende versnelling als gevolg van de aantrekkingskracht van de kern. Dit proces kan worden beschreven in een model. Volgens de theorie van het elektromagnetisme zendt een afbuigend elektron straling uit. Hierdoor neemt de energie van het elektron elke seconde af met een

figuur 1



hoeveelheid gelijk aan $P_{\text{str}} = \frac{c_1}{r^4}$.

Hierin is:

- r de straal in pm (10^{-12} m);
- c_1 een constante. Zie figuur 2.

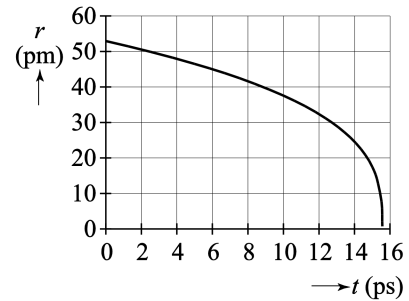
figuur 1

model	startwaarden (in SI-eenheden NB: r in pm)
$P_{\text{str}} = c_1 / r^4$ $E_t = \dots\dots\dots$ $r = c_2 / E_t$ $t = t + dt$ als $r = 0$ dan stop eindals	$t = 0$ $dt = 1\text{E-}17$ $E_t = -2,18\text{E-}18$ $c_1 = 0,366$ $c_2 =$ $r = a_0 = 52,9$

- 4p 51 Voer de volgende opdrachten uit:
- Vul de modelregel voor E_t aan.
 - Geef aan waarom de startwaarde van E_t een negatieve waarde heeft.
 - Bereken de startwaarde van c_2 .

- Uit het model kan men het (r, t) -diagram afleiden. Zie figuur 3.
- 2p 52 Voer de volgende opdrachten uit met behulp van figuur 3.
- Beschrijf het verloop van de naar binnen gerichte snelheid.
 - Beschrijf wat er gebeurt op $t = 1,55 \cdot 10^{-11}$ s.

figuur 3

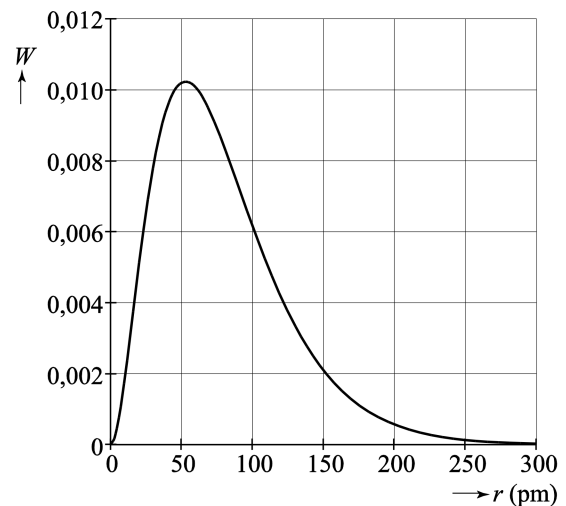


- quantum**
- Het is echter in strijd met het onbepaaldheidsprincipe als het elektron op de kern zou stilvallen.
- 2p 53 Leg dat uit.

Het elektron beweegt dus niet in een cirkelvormige baan met vaste omlooptijd, maar wordt in de quantumfysica beschreven met een waarschijnlijkheidsverdeling W .

De kans om het waterstof-elektron op een afstand tussen r_1 en r_2 van de kern aan te treffen, wordt gegeven door de overeenkomstige oppervlakte onder de grafiek. Het maximum van W ligt bij atoomstraal a_0 . Zie figuur 4.

figuur 4



De grafiek van figuur 4 is onderwerp van discussie tussen een aantal leerlingen.

- Myrthe meent dat de oppervlakte nooit gelijk aan 1 kan zijn, omdat de grafiek een asymptoot heeft.
 - Jim zegt dat de totale oppervlakte onder de kromme gelijk aan 1 is, omdat dat gelijk is aan de totale kans om het elektron te vinden.
 - Johan zegt dat de kans om het elektron binnen een gebiedje $\Delta r = 10$ pm aan te treffen, het grootst is rondom $r = a_0$.
 - Volgens Ingrid kun je aan de grafiek zien dat de kans om een elektron tussen $r = 0$ (de kern) en $r = a_0$ aan te treffen, ongeveer twee keer zo klein is als voor $r > a_0$.
 - José zegt dat de kans om een elektron aan te treffen, voor $r < a_0$ en $r > a_0$ gelijk moet zijn.
- 3p 54 Vul op de uitwerkbijlage in of de leerlingen gelijk of ongelijk hebben.

De Broglie stelde de impuls van het elektron in de meest waarschijnlijke baan gelijk aan: $p = \frac{h}{2\pi r}$.

De bovenstaande formule van De Broglie is niet in strijd met de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

Om dat aan te tonen gaan we ervan uit dat $\Delta p \leq p$ en $\Delta r \leq r$.

- 2p 55 Leg uit dat de formule van De Broglie niet in strijd is met de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

De totale energie van het elektron is de som van de kinetische en de potentiële energie: $E_t = E_k + E_p$.

Het is handig om zowel E_k als E_p uit te drukken in de straal r .

Er geldt: $E_k = k_1 r^{-2}$ en $E_p = -k_2 r^{-1}$ met $k_1 = 6,10 \cdot 10^{-39} \text{ Jm}^2$ en $k_2 = 2,31 \cdot 10^{-28} \text{ Jm}$.

- 3p 56 Toon met een berekening aan dat de waarde k_1 klopt.

In de grondtoestand, bij de meest waarschijnlijke waarde van r , is de waarde van E_t minimaal. Er geldt dan dus: $\frac{dE_t}{dr} = 0$.

- 3p 57 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat bij een minimale energie E_t geldt dat $r = \frac{2k_1}{k_2}$.
- Toon aan dat deze meest waarschijnlijke r gelijk is aan a_0 .

De op deze manier gevonden energie van de grondtoestand komt overeen met de waarde uit de theorie van Bohr: $E_t = -13,6 \text{ eV}$.

- 2p 58 Laat dit zien.

uitwerkbijlage

54

	Myrthe	Jim	Johan	Ingrid	José
gelijk					
ongelijk					