

Science tot leven gebracht met Coach en omgekeerd

André Heck en Peter Uylings

AMSTEL Instituut, Universiteit van Amsterdam

Inleiding

Coach is een ruim toepasbare computerwerkplaats om wiskunde, natuurwetenschappen en techniek te leren en te doen op diverse niveau's, van basisschool tot universitaire bachelor. Activiteiten kunnen bestaan uit:

- o teksten met uitleg en instructies;
 - o plaatjes die een experiment, apparatuur of context illustreren;
 - o videoclips ter verlevendiging van het lesmateriaal, voor illustratie van een fenomeen, of om metingen op te doen;
 - o meetgegevens verkregen via sensoren en gerepresenteerd in grafieken, tabellen, meters en/of digitale waarden;
 - o computermodellen (grafisch, in vergelijkingen modus of in een programmeertaal) en simulaties;
 - o programma's om apparaten aan te sturen en/of om wiskundige berekeningen te doen;
 - o links naar Internet sites voor achtergrondmateriaal en extra bronnen voor studenten.
- Studenten en docenten kunnen een auteursrol aannemen en zelf activiteiten ontwikkelen.

In dit artikel gaan we kort in op de mogelijkheid om met een webcam of camera de alledaagse werkelijkheid in digitale beelden te vangen en metingen te doen aan foto's en video's. Metingen kunnen hierna vergeleken worden met een zelfgemaakt (computer) model. In Nederland wordt op computerexamens deze onderzoeksmethode al gevraagd. We bekijken enkele voorbeelden van het gebruik van videoanalyse en van grafisch modelleren bij praktische opdrachten en bij de computerexamens.

Videometen in Coach

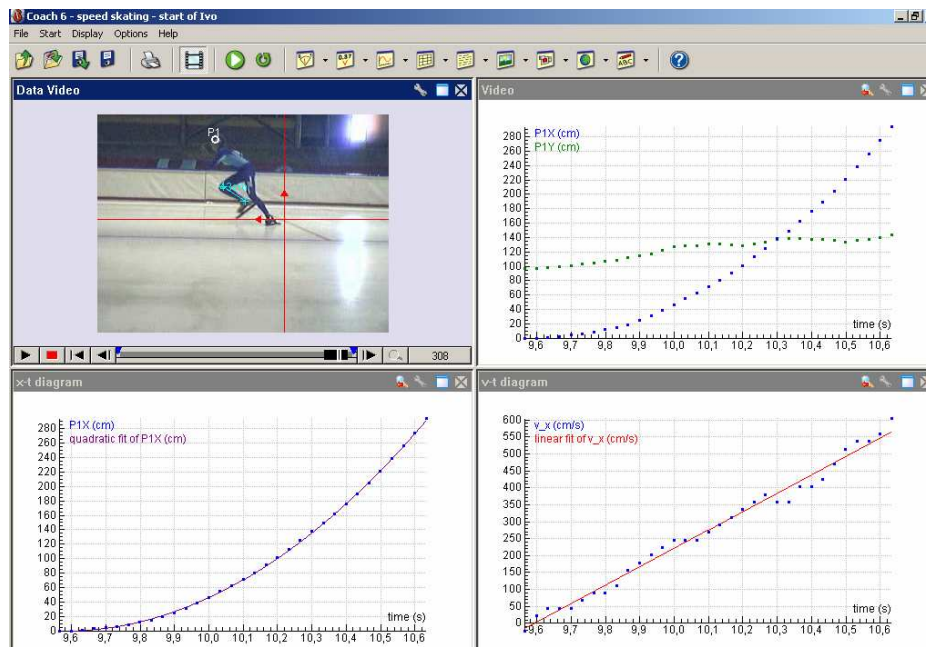


Fig. 1. Schermafdruk van een videometing aan een startende schaatser.

Figuur 1 is een schermafbeelding van een videometing van een startende schaatser, één van de uitgeprobeerde onderdelen voor het computerexamen havo natuurkunde 1,2 in 2005. Linksboven is het filmpje waarin de meting gedaan is door beeldje voor beeldje met de muis te klikken op het hoofd van de schaatser. Bij elke muisklik wordt de positie van het meetpunt geregistreerd. In het diagram rechtsboven zijn de x en y -coördinaten van het hoofd uitgezet tegen tijd. Door een geschikte keuze van het assenstelsel krijg je zo dat grafiek van afgelegde weg tegen tijd. In het diagram linksonder is deze grafiek benaderd met een parabool. Met het blote oog is te zien dat dit een adequate beschrijving van de horizontale beweging is. De snelheid kan numeriek bepaald worden uit de meetgegevens. In het diagram rechtsonder is snelheid tegen tijd uitgezet, tezamen met een lineaire regressiekromme. Dit bevestigt de adequate beschrijving van de beweging met een parabool. Na een dergelijke experimentele modelvorming zou je kunnen proberen er een fysische verklaring voor te geven. Volgens ons is een winstpunt van soortgelijke video-activiteiten dat formules, grafieken, benaderingsmethoden, enzovoorts, geen verplichte nummers of een hobby van de docent zijn, maar juist heel concrete begrippen en methoden zijn die voor een duidelijk doel ingezet worden.

Voordelen van videometing in vergelijking met ‘klassieke’ experimenten zijn:

- o het is een snelle, gemakkelijke en breed inzetbare methode om kwantitatieve gegevens te verzamelen en het sluit aan bij gangbare onderzoekstechnieken, bijvoorbeeld uit de biomechanica;
- o een proefopstelling is vaak niet nodig omdat een ‘natuurlijke’ situatie volstaat;
- o processen die zich minder goed lenen voor directe metingen kun je toch bestuderen;
- o je hoeft niet van tevoren tot in detail te bedenken wat precies gemeten gaat worden;
- o metingen zijn achteraf nog eens te verifiëren en indien nodig te corrigeren.

De gereedschappen voor het opnemen en meten van videoclips moeten wel aan een hoge kwaliteit voldoen om echt bruikbaar te zijn in praktijk. Highlights van de videocomponent van Coach versie 6 zijn:

- o snelle en gemakkelijke opname van videoclips binnen de softwareomgeving zelf zodat er gelijk doorgegaan kan worden met metingen;
- o standaardfaciliteiten voor beeldverwerking zoals rotatie en spiegeling van beelden, aanpassen van beeldscherpte, helderheid en contrast;
- o correctie van perspectivische vervorming;
- o point tracking.

De laatste twee faciliteiten zijn ingebouwd om tegemoet te komen aan twee veelvuldig optredende problemen bij videometingen: (i) de camera is niet loodrecht gericht op het vlak van beweging zodat perspectief een rol gaat spelen en (ii) handmatige meting is te tijdrovend en te RSI-gevoelig. We geven een paar voorbeelden van de Coach gereedschappen om deze problemen goed te hanteren.

Perspectiefcorrectie, beter bekend onder de naam beeldrectificatie, is wiskundig gebaseerd op projectieve meetkunde. Figuur 2 toont een Coach activiteit waarin dit is toege-

past. De vraag is hoe snel de studentes in de videoclip lopen. Om deze vraag te beantwoorden zijn twee rectificaties mogelijk: die van het denkbeeldige verticale vlak waarin één van de studentes loopt en die van het horizontale vlak gevormd door de stoeptegels. Het resultaat van de eerste rectificatie is linksboven te zien. Rectificatie van het voetpad levert het vervreemdende filmpje rechtsonder op. Hoe raar het beeld er ook uit moge zien, toch kun je goed meten op zo'n filmpje waar en wanneer voetstappen gezet worden. Het diagram rechtsboven toont de grafiek van de afgelegde afstand, gemeten in het verticaal gerectificeerde filmpje, tegen tijd tezamen met een lineaire regressiekromme. De helling van deze kromme levert uiteindelijk een loopsnelheid van 4,8 km/u op.

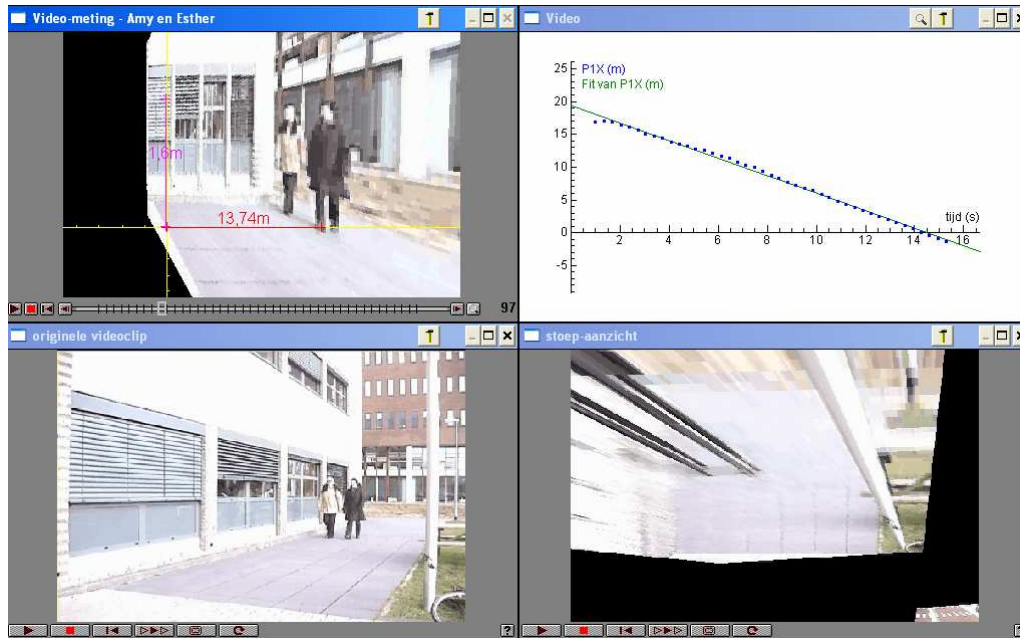


Fig. 2. Schermafdruck van beeldrectificatie: hoe snel lopen de studentes?

Point tracking houdt in dat de software door een gebruiker als interessant aangewezen punten in een videoclip automatisch volgt en de posities in de verschillende beeldjes registreert. Figuur 3 toont een voorbeeld van point tracking: de kniebeweging van een studente op een fitness fiets wordt automatisch gemeten nadat het heup-, knie- en enkelgewricht als interessante punten is aangewezen. Het kniegewricht vormt de oorsprong van een bewegend assenstelsel. Uit de poolcoördinaten van heup- en enkelgewricht is de kniehoek dan met eenvoudige meetkunde af te leiden. De grafiek aan de rechterkant geeft de meetdata tezamen met een sinusoïde als geschikte regressiekromme.

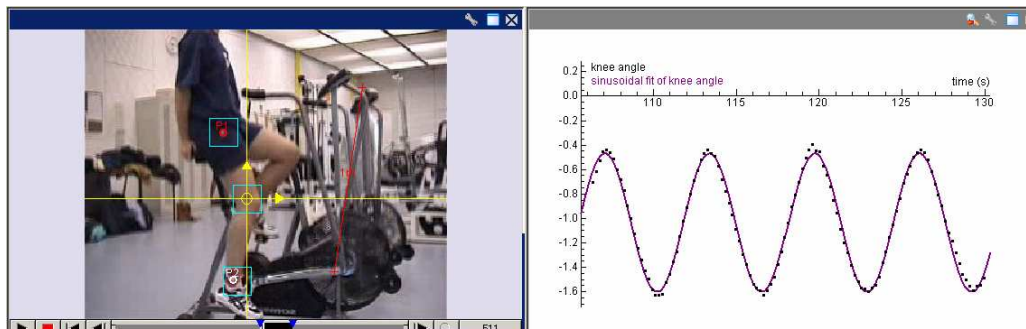


Fig. 3. Schermafdruck van point tracking: kniebeweging op een fitness fiets.

Beeldrectificatie, point tracking en handmatige videometing kunnen in één activiteit gecombineerd worden. Figuur 4 toont een voorbeeld hiervan. Linksonder is een videoclip afkomstig van BBC verslaggeving van het WK snooker 2005. Rechtsboven is de videoclip waarin de biljarttafel gerectificeerd is en waarin de posities van de speelbal gemeten zijn. De baan van de speelbal is de grafiek rechtsonder; deze is ook op het filmpje geprojecteerd en. De grafieken rechtsboven geven horizontale en verticale positie tegen tijd weer, tezamen met balsnelheid tegen tijd. Deze grafieken onthullen dat de botsing van de bal tegen een band niet elastisch is en dat de regel hoek van inval = hoek van uitval bij biljarten niet opgaat..

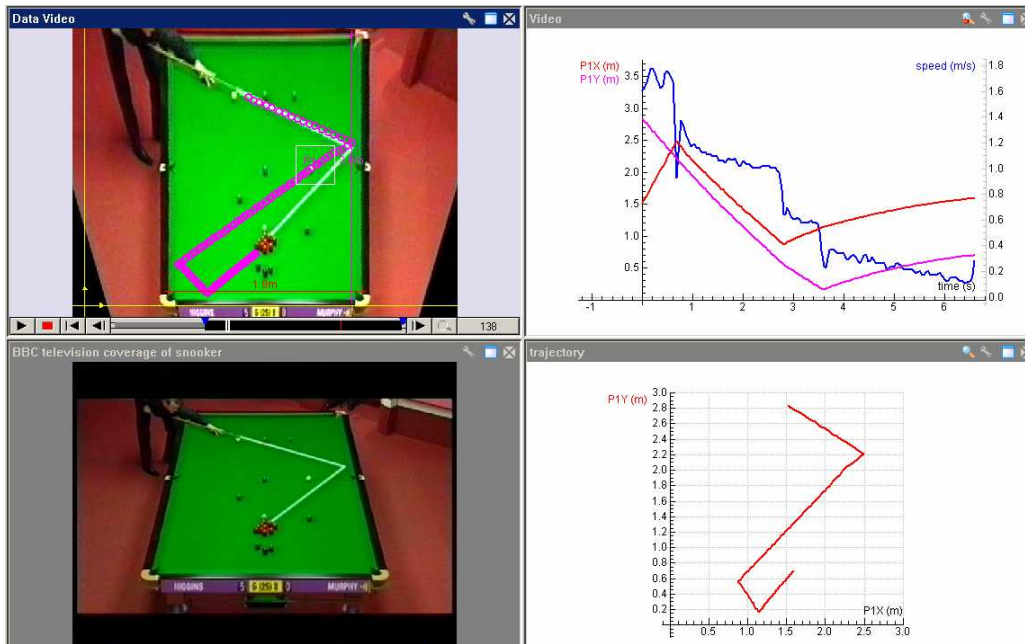


Fig. 4. Schermafdruk van een videometing aan een fragment van het WK Snooker 2005.

Studenten kunnen via videoanalyse heel veel wiskundige en fysische aspecten van een sportgebeurtenis onderzoeken, op dezelfde wijze als een bewegingswetenschapper zou doen. Met vergelijkbare gereedschappen als de professional gebruikt kunnen we het praktische werk van studenten een hoge kwaliteit geven en hen vroeg in de studie in aanraking (al op middelbare school) in contact brengen met realistisch onderzoekswerk.

Modelleren in Coach

Wiskundige modellen bieden een uitkomst als metingen om praktische, technische of ethische redenen niet uitvoerbaar zijn. Bijkomend voordeel van een wiskundige model van de werkelijkheid is dat het model de mogelijkheid biedt om allerlei zaken te onderzoeken zonder daarvoor een tijdrovende meting te doen. Het nodigt als het ware uit tot het stellen van “wat als”-vragen. Bovendien kan een zelfde wiskundig model in bijna identieke vorm in meerdere toepassingsgebieden voorkomen.

Het proces van modelleren kent vier fasen:

1. analyse van het systeem en bepaling van de basiscomponenten van het model;

2. definitie van de belangrijkste variabelen om het systeem te beschrijven;
 3. afleiding van wiskundige vergelijkingen;
 4. computerimplementatie van het model, schatting van parameterwaarden en simulatie.
- Het modelleren op de computer kent twee fasen in de implementatie: het specificeren van het wiskundige model en het onderzoeken van het model via een simulatie. Om met het eerste te beginnen, er is een grafisch interface om een model kwalitatief te beschrijven. Hierin geef je op welke grootheden in het wiskundige model een rol spelen (met onderscheid tussen parameters, toestandsvariabelen, groeivariabelen en hulpvariabelen), hoe ze van elkaar afhangen, welke formules voor grootheden precies gebruikt worden en welke waarden de constanten hebben. Het grafische model wordt automatisch vertaald naar een stel vergelijkingen die gebruikt worden in een simulatie van het model. Ook kunnen vergelijkingen, startwaarden van grootheden en constanten via een vergelijkingen-georiënteerd interface of direct in de Coach programmeertaal ingevoerd of aangepast worden. Het ingevoerde model kan vervolgens worden doorgerekend en parameters kunnen gevarieerd worden. Resultaten kunnen in een tabel en/of diagram weergegeven worden en direct vergeleken worden met echte data.

We illustreren dit aan de hand van een voorbeeld uit de klassieke mechanica: de beweging van een punt op de rand van een zelfgemaakte jojo die op een neer gaat. De jojo is gemaakt uit twee zittingen van laboratoriumkrukken en door de abnormale grootte van het voorwerp geloven veel studenten hun eigen ogen niet als de jojo traag af- en oprolt. Je ziet ze denken “hoe kan de jojo zo traag bewegen en weer omhoog rollen? Welk trucje zit hier achter?” Niks geen trucje! Natuurkunde helpt dit verschijnsel te begrijpen en te beschrijven.

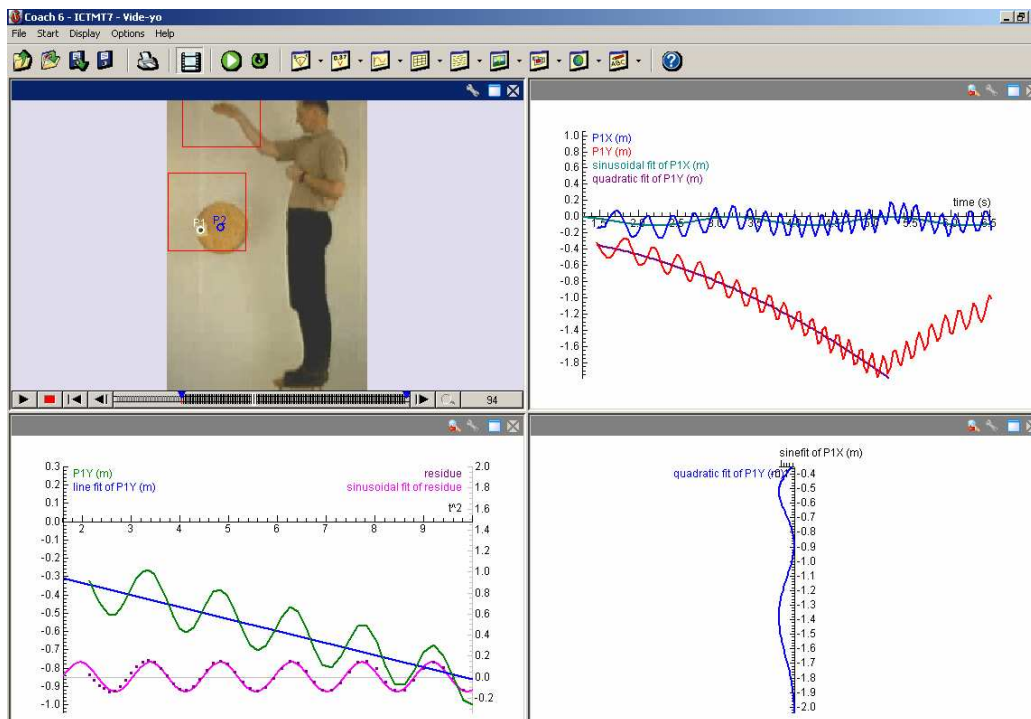


Fig. 5. Schermafdruk van een videometing aan een jojo.

Om theorie en praktijk goed met elkaar te kunnen vergelijken is het handig eerst maar eens gegevens van de op- en neergaande beweging te verzamelen. We doen dit door videometing en we verzamelen in een videoclip de opeenvolgende posities van het punt dicht bij de rand dat gemarkeerd is met een sticker. In figuur 5 is linksboven de videoclip te zien waarin via point tracking metingen gedaan worden: de rode vierkanten geven de zoekgebieden aan waarin de software de oorsprong van het assenstelsel (de hand van de docent) en het met een sticker gemarkeerde punt op de schijf. In het diagram rechtsboven zijn de horizontale en verticale positie van P1 uitgezet tegen tijd. Dit is gecombineerd met een sinusoidale regressiekromme van de horizontale uitwijking van de jojo (onbedoelde slingerbeweging) en een paraboolkromme van de verticale positie tijdens de eerste neergaande beweging van de jojo. Deze twee regressiekrommen worden gebruikt als coördinaatfuncties van een berekend punt en getoond als punt P2 in de videoclip: het berekende punt blijkt aardig overeen te stemmen met de as van de jojo. De kromme rechtsonder in figuur 5 is de berekende baan van het punt P2 terwijl de jojo afrolt. De grafieken linksonder hebben te maken met een experimentele modelbepaling die leidt tot de volgende formule voor de verticale coördinaat van P1 als functie van tijd t

$$y_{P1} = -0.0658t^2 + 0.139 \sin(4.352t^2 - 0.642) - 0.202$$

Een fysische interpretatie van de afrollende jojo is als volgt: het massamiddelpunt gaat naar beneden met een constante versnelling die numeriek kleiner is dan de gravitatieconstante. Het punt P1 roteert hierbij om de as met een hoeksnelheid die lineair in tijd toeneemt. Het is een trigonometisch probleem om op basis van de verticale verplaatsing van de as en de straal van de as uit te rekenen hoe ver de rotatie al gevorderd is en de coördinaten van P1 uit te rekenen. Dit alles is toegepast in de modelleeractiviteit. Het grafische model staat rechtsonder in figuur 6. De grafische onderdelen in het model staan net als bij andere software voor dynamische systemen (Stella, Powersim, etc.) voor toestandsvariabelen, constanten, connectoren, enzovoort. Wat Coach speciaal maakt is de mogelijkheid om de modellering te baseren op discrete gebeurtenissen ('events'). De 'Events' component links in het grafische model bevat een verborgen subsysteem dat de verandering van bewegingsrichting van de jojo afhandelt. De 'Ycoord' component rechts in het grafische model bevat een verborgen subsysteem dat de coördinaten van het punt P1 op tijdstip t bepaalt. In onderwijs is het gebruik van verborgen subsystemen handig wanneer studenten stapje voor stapje ingewijd worden in de details van een computermodel. Het diagram linksboven in figuur 6 illustreert dat de berekende verticale positie van de as van de jojo goed overeenstemt met de paraboolkromme die via regressie verkregen is uit metingen. Het diagram rechtsboven in de schermafdruck toont een fenomenale overeenstemming tussen de gemeten verticale positie van het punt P1 op de jojo en de in het model berekende y -waarde. Het diagram linksonder in figuur 6 illustreert het energieverlies dat in het model is ingebouwd opdat de jojo in elke cyclus van af- en oprollen steeds een minder hoge positie bereikt. Over de jojo kun je allerlei vragen stellen zoals "Hoe neemt de maximale snelheid van de jojo (in zijn laagste punt) af bij elk omslagpunt?", "Hoe verklaar je de verschillen in de grafiekvorm van het randpunt op het moment dat de jojo steeds in de buurt van zijn hoogste punt komt?" of "Is er een wiskundig verband te leggen tussen de maximale hoogte waarop de jojo in één cyclus terugkeert en de maximale hoogte die daarvoor bereikt was?"

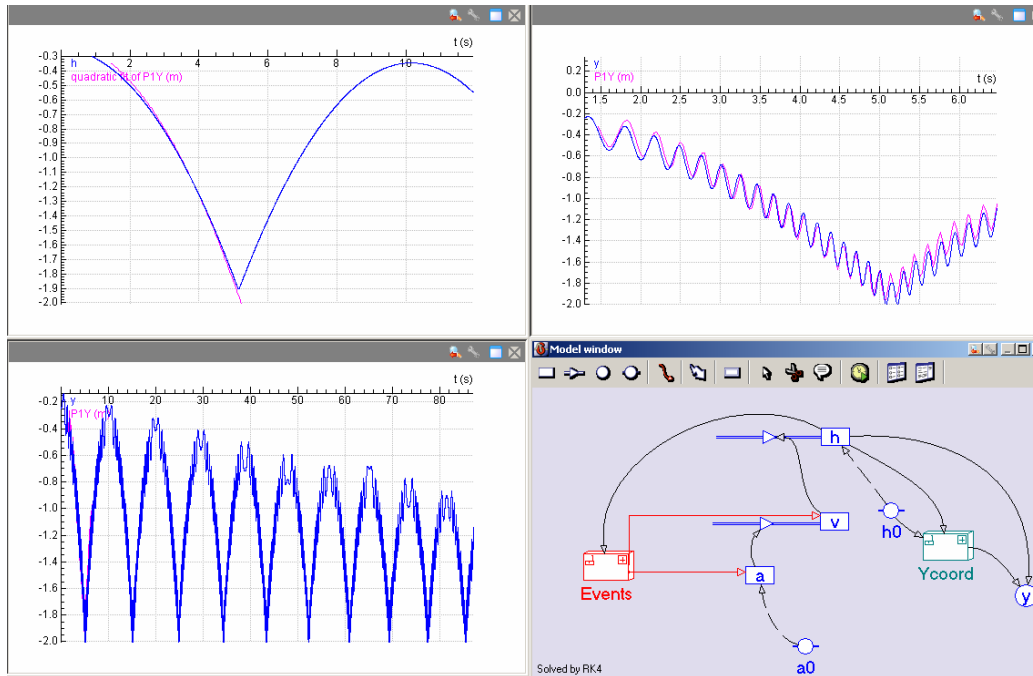


Fig. 6. Schermafdruc van een modelleractiviteit.

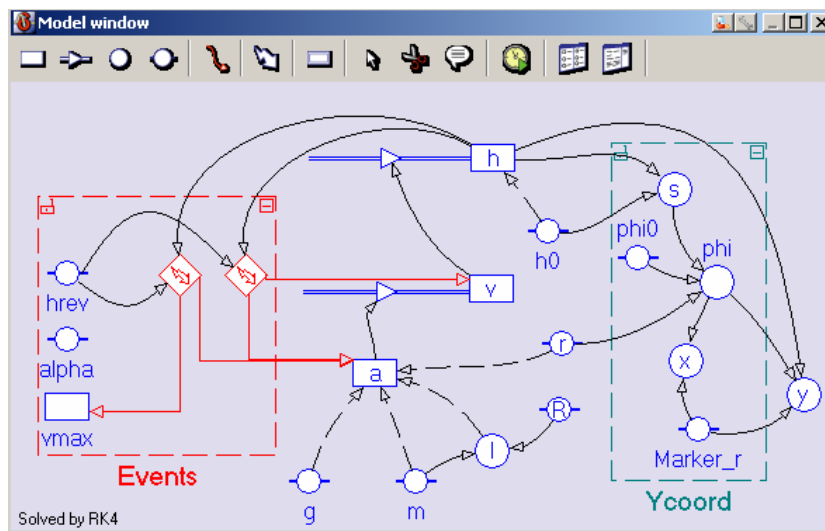


Fig. 7. Een meer gedetailleerd model van een op- en neergaande jojo.

Figuur 7 toont een meer gedetailleerd grafisch model van de op- en neergaande jojo. Hierin representeren de bliksemschichten de ‘events’. In ons model passen we de snelheid en versnelling zowel in richting als grootte aan bij twee discrete gebeurtenissen: ten eerste wanneer het einde van het koord bereikt is en de jojo gaat roteren om het kantelpunt, en ten tweede wanneer deze kanteling is voltooid en de jojo weer kan oprollen. Laten we de eerste gebeurtenis in detail bekijken: triggering vindt plaats in het model als de hoogte h kleiner wordt dan de constante h_{rev} . We slaan dan de absolute waarde van de huidige

snelheid op in de variabele v_{\max} , en we veranderen de versnelling van $a = -\frac{g}{1+I/mr^2}$ in

$a = \frac{(1+\alpha)^2 v_{\max}^2}{2\pi r}$, waarbij α een getal tussen 0 en 1 is (g = gravitatieconstante, m = massa, r = straal van de jojo, I = traagheidsmoment van de jojo).

Door gebruik te maken van discrete gebeurtenissen die een en ander in het computer-model in gang of op zijn kop zetten is het modelleren van tamelijk complexe systemen niet meer buiten bereik van de meeste studenten. Het vergroot de mogelijke toepassing van modelleren op de computer in het onderwijs in sterke mate. In ons voorbeeld heeft het geleid tot een realistische, op wis- en natuurkunde gebaseerd model van de beweging van een object dat prima overeenstemt met de werkelijkheid wanneer het geconfronteerd wordt met data verkregen uit een experiment.

Computorexamens bij natuurkunde en biologie in Nederland

Bij examens spelt niet alleen het zelf maken of uitbreiden van gegeven computermodellen. Ook het zinvol kunnen omgaan met een gegeven complex computermodel spelt een belangrijke rol in de computorexamens. Voorbeelden in digital formaat zijn beschikbaar op de website van het Cito. We volstaan hier met een enkel voorbeeld uit het computerexamen biologie in 2005: een roofdier-prooidier model met spreuwen, emelten en rupsen (figuur 8).

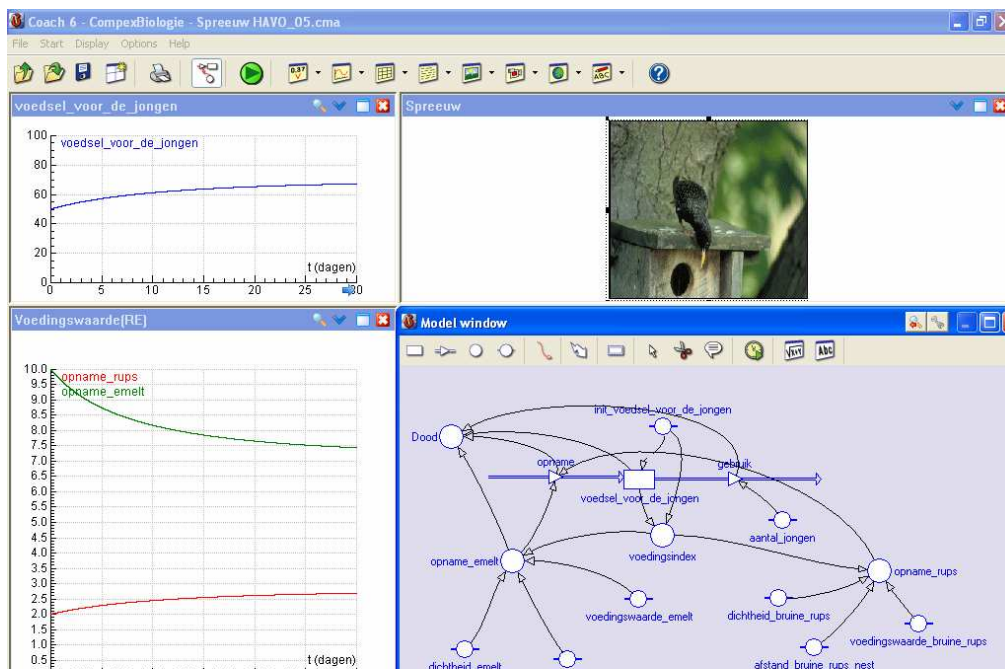


Fig. 8. Schermafdruk van een modelleeractiviteit uit een computerexamen biologie.

Examenkandidaten stellen dit model niet zelf op, maar beantwoorden via simulaties allerlei vragen.

Voordelen van computerexamens (ook in de praktijk!) zijn:

- o meer visualisatie is mogelijk op het examen;
- o multimedia en animaties verrijken en verbreden de presentie van vakinhoud. ICT vergroot het aantal mogelijkheden voor studenten om meting en andere experimenten uit te voeren;
- o dataverwerking is mogelijk op het examen;
- o een breder scala aan vaardigheden kan getoetst worden: denk aan ICT-vaardigheden, experimenteer-vaardigheden, modeller-vaardigheden, etc.
- o executeerbare modellen met try-out modus en feedback staan een uitgebreidere verzameling van open probleemsituaties in een examen toe;
- o vaardigheid in problem-oplossen kan getoetst worden;
- o realistische en minder 'gekunstelde stap-voor-stap' problemen kunnen examenkandidaten voorgeschoteld worden.

Bronnen

Gerard Boeijen, Peter Uylings (2004). Exams of Tomorrow. In E. Mechlová (ed) *Teaching and Learning Physics in New Contexts*, Conference Proceedings of GIREP2004, Ostrava-Czech Republic. pp 153-154. University of Ostrava, Ostrava.

André Heck, Peter Uylings (2006). Capturing the Real World in the Classroom. *The International Journal for Technology in Mathematics Education* (accepted for publication).

André Heck, Peter Uylings (2005). Yoyo Yoy. In: F. Olivero, R. Sutherland (eds.) *Proceedings of the 7th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*, Volume 2, pp. 237-244. (ICTMT7), Bristol, UK, July 2005.

www.science.uva.nl/~heck/research

<http://complex.citogroep.nl>

www.cma.science.uva.nl