

## Het bloed kruipt waar het niet gaan kan

Wiskundigen wijzen graag op het feit dat hun vak zo niet moeder aller vakken is, dan toch wel de taal der natuurwetenschappen en techniek is. Ze vinden hun vak belangrijk en twijfelen ook niet aan het praktische nut van zuivere wiskunde, nu en in de toekomst. Zo is zonder getaltheorie geen moderne communicatie en beveiliging mogelijk en ligt meetkunde ten grondslag aan computer visie. Lineaire algebra en matrixrekening worden gebruikt bij GPS en de Internet zoekmachine Google. Statistiek en kansrekening is de moter achter financiële wiskunde. Dit mag allemaal wel kloppen, maar wiskundigen zijn niet goed in het aan de man brengen van hun vak. De genoemde voorbeelden zijn voor havo-vwo leerlingen teveel een ver-van-mijn-bed-show. Zij zouden moeten kunnen inzien dat de wiskunde die ze zelf op school krijgen al zijn weg in concrete toepassingen vindt. In dit artikel laten we aan de hand van een handmatige bloeddrukmeter met de bloeddruksensor (Figuur 1) en Coach zien welke (school)wiskunde in automatische bloeddrukmeters verborgen zit. Tegelijkertijd beschrijft dit artikel een voorbeeld van kwantitatieve biologie dat in moderne schoolbiologie mogelijk is. Bloeddruk is een grootheid die weliswaar expliciet in de eindtermen van vwo-biologie genoemd wordt, maar waarvan onduidelijk is voor docenten wat hiermee (minimaal) te doen. Recente examens geven wat dit betreft onvoldoende houvast.<sup>1</sup> Meten aan je eigen lijf – in dit geval zelf met bloeddruk gerelateerde grafieken maken en interpreteren – is ons inziens een geschikte manier om technisch-instrumentele en kwantitatieve vaardigheden in een praktische opdracht bij biologie aan te leren en te oefenen.



Figuur 1. bloeddruksensor (0377i) (CMA) (0..250mmHg)

### Over bloeddruk

Arteriële bloeddruk is een van de meest frequent gemeten grootheden in de medische praktijk. We bedoelen met deze term vloeistofdruk op een zekere locatie in het slagadersysteem. Met opzet laten we het lidwoord “de” weg in voorgaande zinnen omdat van “de” bloeddruk eigenlijk niet gesproken kan worden; bloeddruk is vrijwel nergens in het lichaam gelijk en varieert gedurende de dag en onder invloed van activiteiten of stress. Bloeddruk kan op verschillende plaatsen gemeten worden. Meestal wordt de bloeddruk gemeten aan de slagader in een bovenarm. Normaal gesproken is de bloeddruk in de rechter arm een fractie hoger dan links. Zowel een te hoge als een te lage bloeddruk kan tot gezondheidsproblemen leiden.

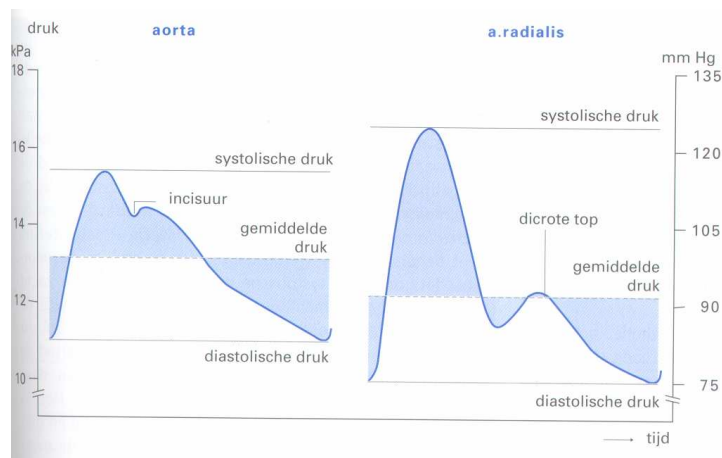
Arteriële bloeddruk wordt weergegeven d.m.v. twee kengetallen, de *systolische druk* of *bovendruk* en de *diastolische druk* of *onderdruk*, gescheiden door een schuine streep, bijvoorbeeld 120/80 mmHg. Dit zijn de twee uiterste waarden waartussen de druk in een slagader varieert omdat het hart nu eenmaal niet als een continue pomp functioneert, maar elke samentrekking van de linker hartkamer een door de slagaders

voortgeleide drukgolf veroorzaakt. Daartussenin zit de gemiddelde bloeddruk, in het Engels aangeduid met MAP (*Mean Arterial Pressure*), die zou heersen als hetzelfde volume bloed per minuut door een continu werkende pomp zou worden uitgepompt in de aorta. De gemiddelde bloeddruk kan worden geschat door de

formule  $P_{\text{gemiddeld}} = P_{\text{diasystolisch}} + \frac{(P_{\text{systolisch}} - P_{\text{diastolisch}})}{2 \text{ of } 3}$ , waarbij in de grote arteriën de beste benadering 1/2 is en in

de periferie 1/3.

Als het vaatstelsel een star buizenstelsel was, dan zou de druk overal gelijk stijgen bij samentrekking van de linker hartkamer. Vanwege de rekbaarheid van het vaatstelsel, waardoor bloed zijwaarts kan uitwijken, wordt de drukverhoging als een voortlopende golf doorgegeven. De voortgeleide drukgolf, wordt ook wel polsgolf genoemd omdat dit een voelbare klopping van de slagader is die het gemakkelijkst aan de pols te voelen is. Deze drukgolf heeft overigens niets te maken met de bloedstroomsnelheid die veel lager is. Onderstaande figuur<sup>2</sup> geeft het verloop van de bloeddruk in de aorta en in de spaakbeenslagader (bij de pols) gedurende een hartslag weer.



Figuur 2. Drukschommelingen in de aortaboog (links) en de spaakbeenslagader (rechts)

## Bloeddrukmeting

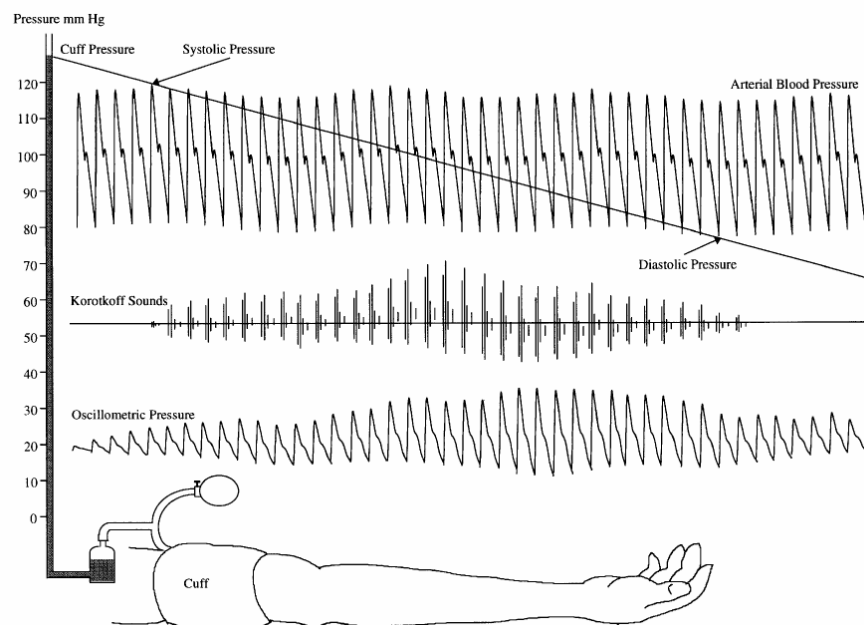
Methoden van bloeddrukmeting zijn te onderscheiden in twee categoriën:

1. Direct of invasief;
2. Indirect of niet-invasief.

Bij een invasieve bloeddrukmeting wordt een buigzaam buisje (katheder) in een slagader geschoven en verbonden buiten het lichaam met een instrument voor het meten van druk. Vanwege de risico's en belasting voor een patiënt wordt echter bij voorkeur een niet-invasieve meetmethode gebruikt. Twee vaak toegepaste indirecte methoden zijn:

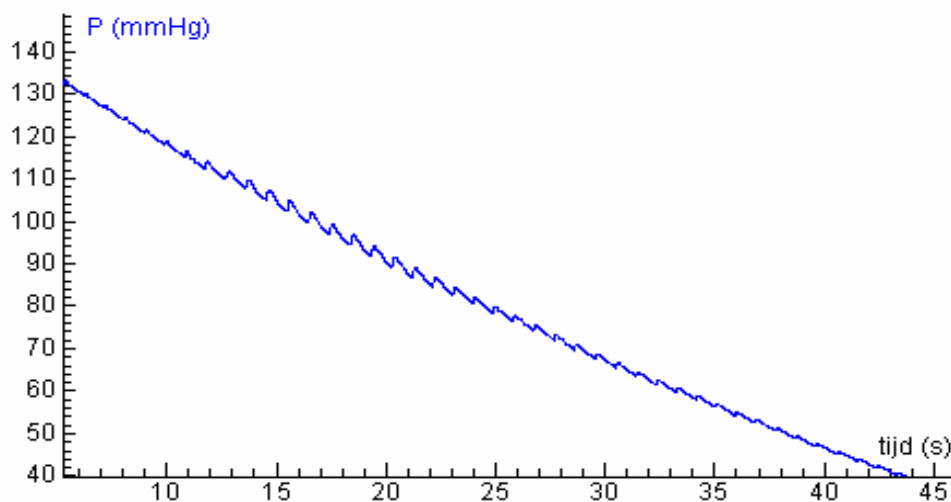
1. De auscultatoire methode (Rivva-Rocci-Korotkoff, 1905);
2. De oscillometrische methode (Marey, 1876).

De eerste techniek is een traditionele methode voor bloeddrukmeting. De dokter doet een opblaasbaar manchet om de bovenarm en pompt deze vol met lucht zodat de grote slagader van de arm even dichtgeknepen wordt en er geen pols meer gevoeld wordt. Daarna laat hij langzaam lucht uit het manchet ontsnappen totdat de pols weer voelbaar is. De druk van het manchet is op dat moment gelijk aan de bovendruk. Om dit moment beter te kunnen bepalen gebruikt de dokter een stethoscoop om te luisteren op welk moment er een zacht geklop, synchroon met de hartslag hoorbaar wordt. Naarmate de druk in het manchet verder zakt wordt dit geluid luider. Plotseling zal dit geluid echter weer zachter worden: dit gebeurt bij benadering als de onderdruk bereikt wordt. Figuur 3 is een schematische weergave van de auscultatoire meting van de arteriële bloeddruk.<sup>3</sup>



Figuur 3. Indirecte meting van de arteriële bloeddruk

Bij de oscillometrische methode wordt een manchet rond de bovenarmslagader geplaatst, opgepompt, en laat men deze langzaam leeglopen via het ventiel. De sensor meet de druk in de manchet tijdens de deflatie. Als gevolg van de polsgolf zijn hierin oscillaties waar te nemen waarvan de amplitude toeneemt en weer afneemt (zie figuur 4). Het punt van maximale oscillatie blijkt redelijk te corresponderen met de gemiddelde arteriële druk (MAP). De oscillaties beginnen al bij manchetdrukken boven de systolische druk en zijn nog aanwezig bij drukken lager dan diastolisch. Dit impliceert dat onder- en bovendruk alleen gevonden kunnen worden door toepassing van een of ander empirisch gevonden algoritme. Twee soorten criteria zijn: *hoogte-gebaseerd* (amplitude ratio) en *helling-gebaseerd* (afgeleide). In het vervolg bespreken we alleen de eerste methode uitvoerig.



Figuur 4: Voorbeeld van een meting met de bloeddruksensor in Coach.

Het verloop van het meetproces is dus in vier fasen te splitsen:

1. *Druk (manchet) > Bovendruk*. Zolang de druk in de manchet groter is dan de bovendruk in de slagader wordt deze geheel dichtgedrukt. Er stroomt nu geen bloed meer door de slagader. In het ritme van de

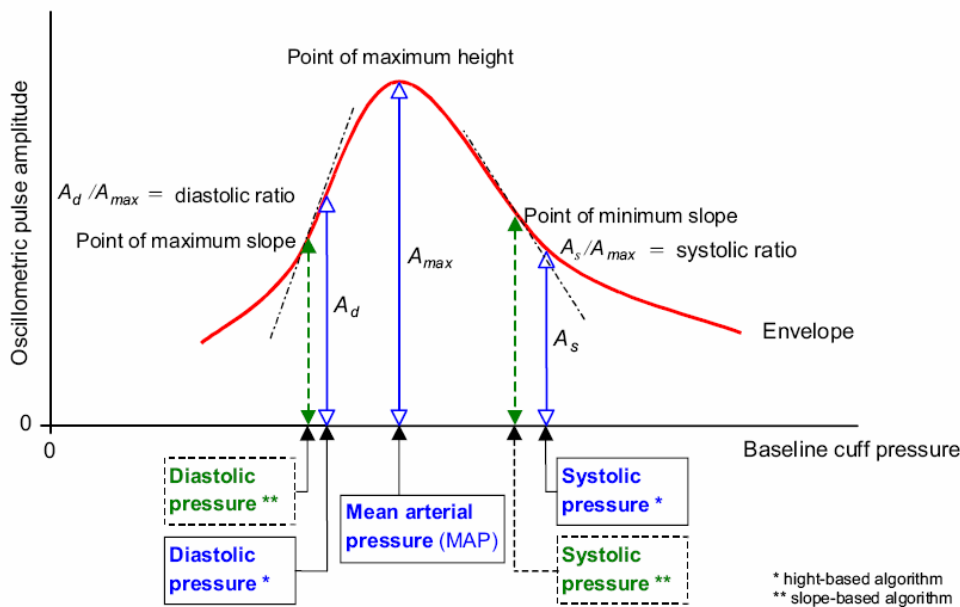
hartslag is er een kortdurende, lichte druk tegen de rand van de manchet, die zich als een rimpeling in de drukmeting openbaart.

2.  $MAP \leq Druk (manchet) \leq bovendruk$ . De bloeddruk is elke hartslag een deel van de tijd groot genoeg opdat het bloed zich een weg kan banen door de slagader. Dan zet deze uit en veroorzaakt een toename in de manchetdruk, die in de grafiek als een puls waarneembaar is. De duur van deze puls is eerst kort en de amplitude is klein. Naarmate de manchetdruk afneemt neemt de duur en amplitude van de puls toe tot het maximum bereikt wordt bij de MAP.
3.  $Onderdruk < Druk (manchet) \leq MAP$ . De druktoename in de manchet tengevolge van de bloedstroming neemt af in sterkte. De manchet registreert de in- en uitzetting van de slagader in steeds mindere mate totdat het minimum bereikt wordt bij de onderdruk.
4.  $Druk (manchet) \leq onderdruk$ . De drukpulsen zijn nagenoeg verdwenen en het bloed kan weer ongehinderd door de slagader stromen.

### Afleiden van de bloeddruk uit de meetgegevens

De bloeddruk kan niet direct uit de grafiek in Figuur 4 worden afgelezen. Er komt behoorlijk wat verwerking aan te pas. Het gaat er namelijk om het verloop van de amplitude van de pulsen in de manchetdruk in kaart te brengen. In elektronische bloeddrukmeters is dit proces geautomatiseerd: via low-pass filtering wordt de trend voor de druk in het manchet bepaald, terwijl via high-pass filtering en versterking de drukschommelingen vastgelegd worden. Een handmatige aanpak legt de wiskundige finesses bloot:

1. Bepaal een gladde kromme door de lokale minima. Dit noemen we de onderste omhullende. Deze kromme geeft de trend van de leeglopende manchetdruk weer.
2. Bepaal een gladde kromme door de lokale maxima. Dit noemen we de bovenste omhullende.
3. Bepaal de verschilgrafiek van de bovenste en onderste omhullenden. Dit levert een klokvormige grafiek van de pulsamplitude op tegen de tijd.
4. Zet in een grafiek de pulsamplitude uit tegen de trend van de manchetdruk (gevonden in stap 1).



Figuur 5. Omhullende van bloeddrukschommelingen uitgezet tegen trend van de manchetdruk.<sup>4</sup>

Uit de laatste grafiek kan de bloeddruk bepaald worden (zie Figuur 5). Het maximum van deze grafiek treedt op bij de gemiddelde bloeddruk (MAP). De bovendruk vindt u in het gebied waar druk  $> MAP$  bij een vast percentage van de maximale amplitude (gewoonlijk 50%), en de onderdruk in het gebied waar druk  $< MAP$  bij een ander vast percentage van de maximale amplitude (gewoonlijk 75%). Deze percentages zijn verkregen

uit empirisch onderzoek.<sup>5</sup> Bij de helling-gebaseerde oscillometrische methode worden de onderdruk en bovendruk niet bepaald door een amplitude ratio, maar door na te gaan waar de helling van de grafiek minimaal respectievelijk maximaal is; de gemiddelde druk correspondeert met een horizontale helling.

## Verwerking in Coach

We schetsen de belangrijkste stappen en verwijzen naar de Coach gebruikershandleiding voor details.

### Bepaling van de onderste omhullende

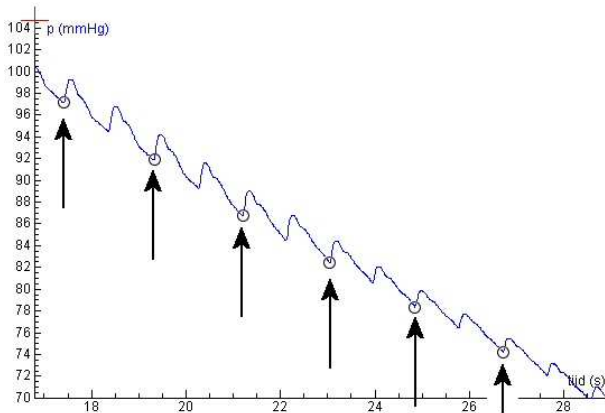
1. Selecteer handmatig de punten waarop de meetwaarden weer gaan stijgen tengevolge van een drukpuls (zie Figuur 6).
2. Deze punten bepalen de trend van de manchetdruk, die we benaderen door er een Spline doorheen te trekken.

### Bepaling van de bovenste omhullende

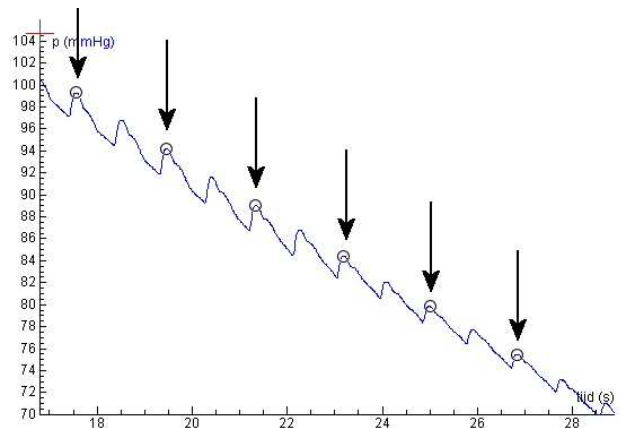
1. Selecteer handmatig lokale maxima van drukpulsen (zie Figuur 7).
2. Bepaal een Spline door de gemarkeerde punten.

### Bepaling van de grafiek van de pulsamplitude

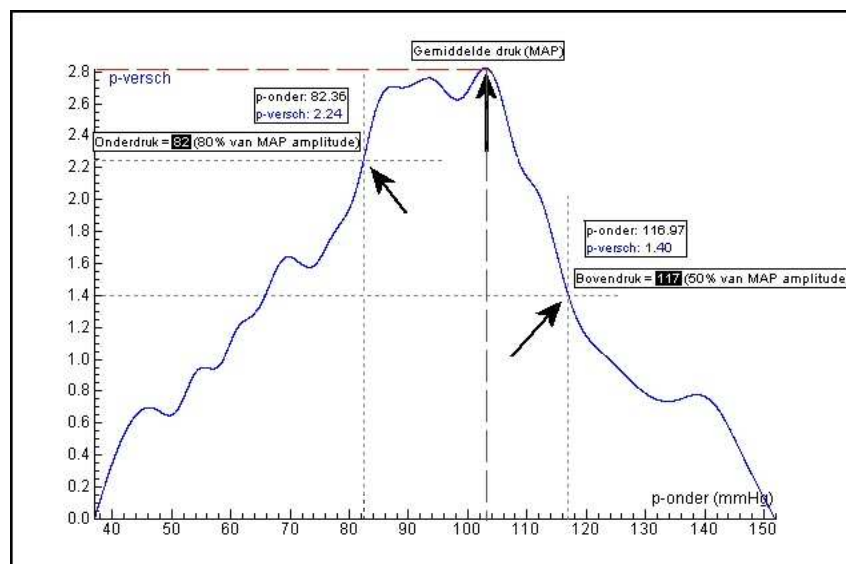
Je hebt nu de twee omhullenden waarvan de verschilgrafiek gemaakt moet worden om uiteindelijk de klok-vormige grafiek van de pulsamplitude tegen de trend van de manchetdruk te verkrijgen (zie Figuur 8).



Figuur 6. Kies steeds het laatste punt voordat de meetwaarden weer gaan stijgen t.g.v. een puls.



Figuur 7. Kies steeds het maximum punt van de hartslagpuls.



Figuur 8. Klok-vormige omhullende van het verschil van de bovendrukgrafiek en de manchetdrukgrafiek. Daar bloeddrukwaarden standaard worden afgerond op 5 mmHg vinden we een bloeddruk van 120/85.

## Tot slot

Schoolwiskunde die aan bod gekomen is bij de beschreven bloeddrukmeting volgens de oscillometrische methode omvat de begrippen lokale maxima en minima van functies, gladde benaderingen van data met stuksgewijze veeltermfuncties (zgn. spline functies), trend, raaklijnen en verhoudingen. Deze begrippen zijn hier geen hobby's van wiskundigen, maar spelen een essentiële rol in de bepaling van onderdruk, bovendruk en gemiddelde bloeddruk. Het in dit artikel eerder genoemde empirische verband tussen de drie drukgrootheden kan geverifieerd worden, eventueel door metingen te herhalen. Met de gereedschappen in Coach kunnen leerlingen zelfstandig bloeddrukmetingen doen en in een profielwerkstuk bijvoorbeeld onderzoeken welke invloed leeftijd en lichaamsactiviteit hebben op de bloeddruk.

<sup>1</sup> Michiel van Eijck en Ton Ellermeijer (2005). Een studie naar het gebruik van de grootheid 'bloeddruk' in examenprogramma en eindexamens. *Niche, bulletin voor het onderwijs in de biologie*, **36** (4), 8-11.

<sup>2</sup> Figuur 19.8 uit: L.N. Bouman, J.A. Bernards (2002) *Medische fysiologie*. Bohn-Stafleu-van Lochem: Houten

<sup>3</sup> Figuur 75.1 uit: S. Rithalia, M. Sun en R. Jones (1999). *Blood Pressure Measurement*. Hoofdstuk 75 in: J.G. Webster (red.) *The Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook*. CRC Press: Houten

<sup>4</sup> Figuur 4 uit: I. Lacković (2003). Engineering aspects of noninvasive Blood Pressure Measurement with the emphasis on improvement of accuracy. *Orvos- és Kórháztechnika* [Medical and Hospital Engineering], Június **41** (3), 73-85. Online beschikbaar op [www.orki.hu/orkotech/2003/Orki%202003-03.pdf](http://www.orki.hu/orkotech/2003/Orki%202003-03.pdf)

<sup>5</sup> Mehlsen J et al (1999). Vejledende retningslinier for hjemmeblodtryksmåling. Ugesk Læ Klaringsrapport nr. 8, 1999. Online beschikbaar op [www.hypertension.suite.dk/klar899.pdf](http://www.hypertension.suite.dk/klar899.pdf)