

In dit artikel bespreken **Wim van den Camp** en **André Heck** een experiment in de onderbouw met een kleine, ICT-rijke praktische opdracht over het gebruik van gemiddelde in een realistische context.

Wat heb je aan het gemiddelde?

Inleiding

Bij opdrachten over statistiek in de onderbouw van havo en vwo werken leerlingen vooral met kleine series waarnemingen in eenvoudige, vaak verzonden contexten en zonder ICT hulpmiddelen. Dit staat ver af van de manier waarop statistiek wordt gebruikt buiten de school-situatie, in de praktijk. Het gevaar is reëel dat leerlingen met deze aanpak weliswaar kennismaken met allerlei statistische begrippen, rekenmethoden en grafische representaties, maar dat ze onvoldoende idee krijgen hoe deze kennis en vaardigheden toe te passen voor het structureren en interpreteren van echte gegevensverzamelingen. Dit kan hen parten spelen bij het uitvoeren van praktische opdrachten en het profielwerkstuk in de bovenbouw.

Je kunt hierop anticiperen door al in de onderbouw te beginnen met het oefenen van betekenisvolle verwerking van middelgrote datasets. De meest geschikte werkvorm hiervoor is naar onze mening een kleine praktische opdracht. Als bijkomend voordeel van zo'n opdracht in de onderbouw geldt dat leerlingen dan al in een vroeg stadium kunnen kennismaken met dit soort werk.

Maar of het omgaan met realistische datasets in een kleine praktische opdracht voor leerlingen in de onderbouw wel realiseerbaar is moet de praktijk uitwijzen. Met dit doel voor ogen hebben we de opdracht *Wat heb je aan het gemiddelde?* ontwikkeld en in een 3 vwo klas uitgeprobeerd. In dit artikel bespreken we het lesmateriaal, de achterliggende gedachten bij het ontwikkelen van de praktische opdracht en onze ervaringen in de schoolpraktijk. Voor de leesbaarheid hebben we een aantal fragmenten van het lesmateriaal in het artikel opgenomen.

Het lesmateriaal

Het lesmateriaal is onderdeel van drie op zichzelf staande kleine praktische opdrachten voor de havo/vwo onderbouw, waaraan de eerste auteur heeft gewerkt in het kader van het NWO programma "Leraar in Onderzoek" [1]:

1. *Is het weer goed weergegeven?* (2 havo/vwo)
Leerlingen gaan na of grafieken en tabellen over het weer in hun lesboek overeenstemmen met de gegevens op de website www.knmi.nl van het KNMI. Dit zet aan tot kritisch kijken naar gegevens in het boek.
2. *De windroos.* (3 havo/vwo)
Leerlingen bestuderen gegevens over windkracht en maken windrozen, een vorm van cirkeldiagrammen waarin de frequenties van de windrichting en snelheid in een tijdvak gerepresenteerd worden. Zo maken de leerlingen kennis met een diagram dat weliswaar niet in het wiskundeboek staat, maar waarmee zij met hun al verworven wiskundige kennis

goed kunnen werken. Je zou kunnen zeggen dat dit leerlingen voorbereidt op het centraal examen, waarin men ook vaak met nieuwe of een minder bekende grafische representatie op de proppen komt. Ook wordt een link met de aardrijkskundeles gemaakt.

3. *Wat heb je aan het gemiddelde?* (3 havo/vwo)
Leerlingen bestuderen neerslaggegevens van het KNMI door het rekenkundige gemiddelde op diverse wijzen te gebruiken bij het beantwoorden van concrete vraagstellingen over het weer. Een van de begrippen is *voortschrijdend gemiddelde*, maar in tegenstelling tot klimatologen gebruiken we dit in deze praktische opdracht niet om scherpe fluctuaties in de weerwaarnemingen af te vlakken zodat een trend in het klimaat beter zichtbaar wordt. Wij concentreren ons meer op het rekenen met gemiddelden over verschillende, al dan niet overlappende periodes.

Alle lesmaterialen zijn beschikbaar via Internet [2]

Het wiskundig begrip *voortschrijdend gemiddelde* is geen onderdeel van het curriculum, maar misschien louter en alleen omdat dit pas zinvol is bij grote datasets. De gegevensverzameling waarmee de leerlingen in de opdracht *Wat heb je aan het gemiddelde?* werken is wel voldoende groot. Het betreft de dagelijkse neerslaggegevens van het weerstation de Bilt over het jaar 2000, uit de klimaatatlas van Nederland [3], ook te vinden op de website www.knmi.nl. Leerlingen kunnen probleemloos het rekenkundig gemiddelde uitrekenen wanneer ze expliciet gevraagd wordt dit voor een bepaalde periode te doen (bijvoorbeeld voor een week, een maand of voor overlappende periodes). Maar ze kunnen deze berekening niet zo goed plaatsen in een algemene vraagstelling, zoals "*in welke aaneengesloten periode van tien dagen valt in de zomer de minste regen?*". Dat je dan het rekenkundige gemiddelde over tien opeenvolgende dagen moet uitrekenen, waarbij steeds één dag wordt toegevoegd en de oudste dag afvalt, is niet zonder meer duidelijk voor leerlingen. Onze ervaring is dat het concept voortschrijdend gemiddelde weliswaar door leerlingen goed te doorgronden is, maar dat ze daar bij een contextgebonden vraagstelling niet vanzelf opkomen. Deze kloof tussen rekenkundig gemiddelde als algoritme en kwalitatieve eigenschappen van het gemiddelde plus toepassing in concrete situaties wordt steeds bevestigd in didactisch onderzoek (zie bijvoorbeeld [4]).

Het uitrekenen van een gemiddelde bij een vraagstelling als "*is er sprake van klimaatverandering en wordt de herfst inderdaad steeds natter?*" moet wel heel vaak gebeuren en dat schreeuwt dus om verstandig gebruik van ICT. Aan het wiskundige concept en aan de werkmethode besteden we in de praktische opdracht ruime aandacht.

Bij reisbureau “Mooi Nederland” kun je vakanties boeken naar plaatsen in heel Nederland. Omdat klanten houden van mooi weer vinden ze hun vakantie bedorven als het te veel regent. Het reisbureau wil reclame gaan maken met een verzekering tegen regenweer in je vakantie. Ze denken aan de volgende opzet:

Omdat bij de neerslag in De Bilt van het jaar 2000 een gemiddelde neerslag van 25,5 maal 0,1 mm/dag is gemeten, krijgen mensen die in Nederland een “vakantie-met-regenverzekering” boeken, 50% van de kosten van de geboekte reis terug, als in de geboekte periode het gemiddelde van de neerslag van die dagen meer is dan het gemiddelde van het hele jaar.

Om te kunnen onderzoeken of dit niet een al te dure actie is heeft de directie van het reisbureau een tabel en een grafiek laten maken met voor elke dag van 2000 de gemiddelde neerslag van die dag en de 9 voorafgaande dagen.

Dat betekent dat je steeds kijkt naar een periode van 10 dagen en dat je op de laatste dag berekent wat de gemiddelde neerslag voor die periode was. Voor vakanties van 11 dagen, 12 dagen enz. kun je hetzelfde onderzoek doen, maar bij “Mooi Nederland” weet men dat een 10 daagse vakantie de vorige jaren het meest populair was. Daarom willen ze voorlopig alleen voor 10 dagen kijken naar de risico’s. De eerste dag waarop deze berekening kan worden gemaakt met de gegevens voor het jaar 2000 is 10 januari.

Opdracht 4. Waarom kan de berekening niet op 5 januari worden gemaakt met behulp van de gegevens in de tabel van het rekenblad: *NEERSLAGgemiddelde van 10 dagen.xls*?

Opdracht 5. Als je voor de eerste 9 dagen van januari een oplossing wil hebben voor deze verzekering, welke mogelijkheid zou jij dan kiezen? Geef een mogelijkheid die echt uitvoerbaar is en die jij redelijk vindt.

fig. 1 Fragment van de lestekst met gesloten opdrachten

We willen nu vakanties van 15 dagen onderzoeken die helemaal in de periode 6 juli t/m 28 augustus vallen. Het reisbureau wil als aanbieding kiezen voor:

“50% van Uw reissom terug als er tijdens Uw vakantie gemiddeld minstens x mm regen per dag valt.”

Om de kosten van deze aanbieding niet te hoog te maken wil men niet meer dan 10% van de vakanties hoeven uitbetalen. Je mag er van uit gaan dat alle geboekte vakanties regelmatig over de periode zijn verdeeld.

Opdracht 13. Geef op grond van eigen onderzoek een advies welke waarden van x gekozen mogen worden om aan deze eisen te voldoen. Maak het advies maximaal één A4-tje. Geef bij het advies als bijlage(n) Excel bestanden waarin je zoveel mogelijk met formules hebt gewerkt. Zorg ervoor dat je bestanden er overzichtelijk uit zien.

fig. 2 Fragment van de lestekst met open opdrachten

In de leerlingentekst van vier pagina’s beginnen we met vrij gesloten vragen en opdrachten (zie Figuur 1), werken we langzaam toe naar meer open opgaven (zie Figuur 2) en eindigen we met suggesties voor klein eigen onderzoek (zie Figuur 3).

4. Wanneer gaan we op kamp?

Stel dat je klas 5 dagen mag gaan kamperen. Welke periode is dan het beste? Kies eerst waarop je wilt letten. Is neerslag belangrijk, temperatuur, uren zon per dag? Of wil je op andere dingen letten?

Leg jouw keuzes uit en geef duidelijk aan wat volgens jouw onderzoek de beste periode voor het kamperen is. Voeg als bijlage de bestanden toe die je hebt gebruikt. Maak een looboek

fig. 3 Een van de suggesties voor een eigen onderzoekje

Van meet af aan werken leerlingen met Excel en met bestanden waarin de dagelijkse neerslaggegevens in tabelvorm staan (zie Figuur 4). Voor leerlingen die niet zo vertrouwd zijn met het werken in Excel is een oefentekst met werkblad beschikbaar.

In de oorspronkelijke planning wordt één les (van 45 minuten) bestemd voor het opfrissen van Excel gebruik, twee lessen voor de opdrachten (open en gesloten) en twee lessen voor het eigen onderzoekje. Een lesplan, docentenhandleiding en uitwerkingen van opdrachten zijn beschikbaar via Internet [2].

Ontwerpkeuzes

Bij de lessen statistiek in de onderbouw van havo en vwo worden opgaven aangeboden die behulpzaam moeten zijn bij het leren begrijpen van statistische begrippen en methoden. De contexten zijn meestal heel eenvoudig en de datasets zijn zo klein dat het rekenwerk gemakkelijk met een gewone rekenmachine en/of handmatig is uit te voeren. In het kennismakingsstadium is daar niks mis mee, maar een realistisch beeld van wat men wil en kan met statistiek ontstaat op deze manier niet. Bovendien, statistiek wordt volgens ons pas interessant en leuk om te doen als het gaat over grote aantallen echte gegevens. Vanwege het basale karakter van de statistiek opgaven uit het leerboek dragen ze onvoldoende bij aan het leren doen van onderzoek. Ze vormen nauwelijks een goede voorbereiding op de praktische opdrachten, het profielwerkstuk en het zebra-blok in de tweede fase, terwijl een statistisch onderwerp daarbij juist veel gekozen wordt.

Om statistisch leerlingenonderzoek te kunnen realiseren is het gebruik van de computer essentieel. Maar wil dit onderzoek van goede kwaliteit zijn, dan moeten leerlingen al wel in staat zijn om ICT zinvol en effectief in te zetten bij hun werk. Om dit niveau te bereiken moeten leerlingen ons inziens al in een vroeg stadium verstandig leren omgaan met wiskundige software. ICT moet een herkenbaar onderdeel van het curriculum zijn (en niet alleen bij het domein statistiek! zie ook [5]). Voor het verwerken van de weergegevens hebben we in de praktische opdracht *Wat heb je aan het gemiddelde?* gekozen voor Excel als rekenhulpmiddel. De drie belangrijkste redenen hiervoor zijn dat het spreadsheet programma algemeen beschikbaar is, in menig vervolgonderwijs terugkeert, en dat veel informatiediensten zoals KNMI en CBS hun gegevens in Excel formaat gratis beschikbaar stellen. De

grafische rekenmachine valt wat ons betreft af omdat deze machine in de onderbouw vaak nog niet gebruikt wordt en omdat dit steeds een conversie van databestanden met zich meebrengt.

In onze praktische opdracht willen we het werken met het gemiddelde van een serie van waarnemingen plaatsen in een zinvolle vraagstelling. We kunnen dit niet krachtiger verwoorden dan met de titel: *Wat heb je aan het gemiddelde?* De nadruk ligt niet op het algoritme voor het uitrekenen van het rekenkundige gemiddelde, want dat kunnen leerlingen goed, maar op de plaats die dit begrip in het verwerken van data en in het statistisch redeneren inneemt. In de gekozen context van het weer kunnen gegevens op verschillende manieren gegroepeerd worden voor berekeningen van het gemiddelde over verschillende periodes, afhankelijk van het gestelde probleem:

- je hebt het gemiddelde nodig van alle gegevens (*wat is de gemiddelde neerslag in het jaar 2000?*);
- je hebt het gemiddelde nodig van op elkaar aansluitende groepjes van getallen, bijvoorbeeld telkens voor een periode van één week of één maand (*wat is de natste maand van het najaar in 2000?*);
- je hebt het gemiddelde nodig van groepjes van getallen die overlappen, bijvoorbeeld het gemiddelde over de laatste 10 dagen, voor élke dag, in een periode van een maand of een jaar. (*wat is de natste periode van 10 dagen in 2000?*);
- je hebt het gemiddelde nodig van groepjes van getallen. Tússen die groepjes getallen liggen wel gegevens, maar die data heb je niet nodig bij je probleem (*wat was de natste zomermaand in de laatste dertig jaar? Is het voorjaar natter geweest dan het najaar in 2000?*).

Bovenstaand lijstje met verschillende manieren van gebruik van rekenkundig gemiddelde geeft aan dat misverstanden bij leerlingen op de loer liggen.

Als je het fragment van een Excel werkblad in Figuur 4 goed bekijkt, dan valt je wellicht op dat hierin niet de term *voortschrijdend gemiddelde* voor komt, maar dat er geschreven wordt over zaken als *10 daags voorafgaand gemiddelde* en *17 daags omgevingsgemiddelde*. Wij hebben met opzet in de lestekst de laatste termen gebruikt om de periode waarover een gemiddelde wordt berekend precies aan te kunnen geven en om te kunnen preciseren of het berekende gemiddelde aan het begin, midden of einde van de periode gekoppeld wordt. Dat deze termen niet algemeen gebruikelijk zijn en niet tot het officiële wiskundejargon behoren is niet belangrijk, zolang hun betekenis voor leerlingen maar echt duidelijk is. Bovendien heeft *voortschrijdend gemiddelde* in het schooljargon een specifieke betekenis in verband met het bepalen van rapportcijfers. Niet alleen docenten rekenen het gewogen gemiddelde van de tot dan toe door leerlingen behaalde cijfers uit om een getalsmatig beeld te krijgen van hoe leerlingen ervoor staan. Wie kent niet de calculerende leerling die op basis van reeds behaalde cijfers voor proefwerken en toetsen het gewogen gemiddelde uit-

rekent, bepaalt wat de invloed zal zijn van een volgende toets op het rapportcijfer en dan vervolgens zijn of haar werkinspanning daarop afstemt? Een gewogen gemiddelde in de context van rapportcijfers is voor menig leerling een fluitje van een cent. Zelfs wiskundig minder begaafde leerlingen slagen hierin, zij het soms met moeite, want voor hen is een vraag als *“Wat moet ik voor het laatste proefwerk halen om gemiddeld boven de 5,5 te staan?”* van wezenlijk belang. Jammer genoeg komt de transfer van deze wiskundige kennis en vaardigheid naar andere contexten minder goed uit de verf.

Samengevat, met de praktische opdracht *Wat heb je aan het gemiddelde?* willen we bereiken dat leerlingen

- een meer realistisch beeld van statistiek krijgen;
- in een vroeg stadium leren onderzoeken;
- zinvol leren werken met grotere datasets m.b.v. ICT;
- leren nadenken over statistische methoden, in dit geval over verschillend gebruik van rekenkundig gemiddelde in een concrete context.

Het experiment in de klas

De praktische opdracht is uitgeprobeerd in een gymnasium 3 klas van 25 leerlingen, met een goede studiehouding en prima studieresultaten. Omdat dat geen doorsnee situatie is voor derde klassen zou de opdracht eigenlijk ook nog moeten worden uitgeprobeerd in enkele andere klassen. Om dit te vergemakkelijken is er een docentenhandleiding gemaakt met o.a. uitwerkingen van de verschillende vragen [4]. Onze verwachting is dat deze opdracht ook heel geschikt is voor derde klassen havo.

M.b.v. een voortoets hebben we onderzocht of de leerlingen in de gymnasium 3 klas bij begin van de praktische opdracht misschien al een goed ontwikkeld inzicht in het diverse gebruik van het rekenkundig gemiddelde hadden. In de voortoets vroegen we leerlingen om in verschillende gegeven contexten te kiezen uit vier manieren om gegevens te groeperen voor berekening van gemiddelden zoals die in de vorige paragraaf werden genoemd.

Uit de analyse van de antwoorden van de leerlingen blijkt dat deze beslissing lang niet eenvoudig is. Bijvoorbeeld bij de eerste gegeven situatie in de toets – *“Je hebt dagelijkse gegevens van het weer in 30 jaar. Je wilt weten hoeveel jaren in deze periode van 30 jaar, gemiddeld de temperatuur in januari het laagst was.”* – maakt 44% van alle leerlingen een foutieve keuze. De voortoets en de gedetailleerde analyse van de antwoorden van de leerlingen zijn op Internet te vinden [4].

Bij het testen van het lesmateriaal wilden wij in ieder geval graag antwoorden vinden bij de volgende vragen:

- is de opdracht voor de leerlingen motiverend en realistisch?
- is voor de leerlingen Excel een goed hulpmiddel bij het vele rekenwerk?
- is het werken met absolute en relatieve celverwijzingen in Excel voor leerlingen haalbaar?

- o kan Excel leerlingen helpen om bij een complexe vraagstelling te komen tot onderbouwde conclusies?
- o zijn leerlingen met het lesmateriaal goed voorbereid op het doen van een klein eigen onderzoek?

Ervaringen met het meer gesloten deel van de praktische opdracht

Het meer gesloten deel van de praktische opdracht bleek voor de leerlingen prima te doen. Er ontstonden levendige discussies over de (on)eerlijkheid van keuzes die leerlingen maakten. De leerlingensverslagen waren heel redelijk.

Vraag 4 (zie Figuur 1) werd over het algemeen niet moeilijk gevonden. Bij vraag 5 echter liepen de meningen over “redelijk” en over “uitvoerbaar” sterk uiteen. Veel leerlingen vonden dat je voor 6 januari best het gemiddelde van 1 t/m 6 januari mag gebruiken. Bij de vraag van de docent of een klant dat ook zo zal vinden besloten ze echter dat dit niet zo zou zijn. Veel leerlingen kwamen niet zelf tot een realistische oplossing, zoals “zet de laatste 9 dagen van 1999 ook in de tabel”. Dat bleek vooral te komen omdat ze de gegeven data als de enige gegevens zagen die er ter beschikking waren. Pas na een opmerking van de docent realiseerden ze zich dat je die data er gewoon bij kunt opzoeken in de klimaatatlas.

Enkele antwoorden van leerlingen bij opdracht 4 (zie Figuur 1):

- “De reizen zijn samengesteld voor 10 dagen, en voor 5 januari 2000 zijn er maar 5 dagen voor 1999, en daar hebben ze geen gegevens over, dus ze kunnen ook niet met zekerheid zeggen of het wel/niet gaat regenen in die 10 dagen.”
 - “5 dagen is niet genoeg. Je hebt er 10 dagen voor nodig, omdat het per 10 dagen is (volgens het gemiddelde).”
 - “Omdat er geen gegevens zijn voor de datum 1 januari 2000 kunnen ze geen conclusie trekken voor een periode van 10 dagen.”
 - “Omdat je de 9 dagen voor 5 januari ook moet hebben om het uit te rekenen, en dat heb je niet want de grafiek begint op 1 januari.”
 - “Van voor die tijd zijn er geen gegevens (in 1999).”
- Bij antwoord A zie je een veel voorkomende verwarring tussen “zij” en “ik”. Bovendien is het voor de leerling kennelijk niet vanzelfsprekend dat de periode al voorbij is, en dat je dus kunt opzoeken of het regende en hoeveel. In antwoord B wordt gekozen voor een toelichting (“volgens het gemiddelde”) die voorbij gaat aan de context. Bij antwoorden C en E is duidelijk dat de data als de enig beschikbare gegevens worden gezien. Interessant is dat een leerling (in antwoord D) de tabel een grafiek noemt.

Enkele antwoorden bij opdracht 5 (zie Figuur 1):

- “Ik zou een soort regeling maken dat als je die eerste 9 dagen gaat dat die verzekering niet geldt, maar dat je wel een korting zou krijgen op de reiskosten. Zo

trek je toch mensen aan om te reizen, omdat het goedkoper is.”

- “De laatste dag van het vorige jaar erbij trekken, of de 10^e denkbeeldige dag erbij trekken.”
- “Het gemiddelde nemen van de eerste 9 dagen i.p.v. de 10 dagen. En dan je conclusie trekken.”
- “Je kan de klant alleen tevreden krijgen als je de gegevens van de laatste 10 dagen van 1999 opzoekt.”
- “De gemiddelde neerslag per dag van 2000 nemen en dat dan invullen bij de dagen die in 1999 vallen.”

Bij antwoord F wordt voorbij gegaan aan de vraagstelling van het reisbureau. Kennelijk is er niet duidelijk een gevoel dat je binnen die vraagstelling moet opereren. Wel blijkt uit het antwoord dat de leerlingen over de context nadenken! Antwoord G laat zien dat de leerling de vraag opvat als een vraag over alleen 9 januari. Bij antwoorden H en J wordt het probleem veranderd, en er wordt geen rekening gehouden met de redelijkheid van een oplossing. Antwoord I laat een realistische opvatting over het probleem zien én begrip voor het feit dat de data echt zijn.

Veel leerlingen maakten fouten bij het benoemen van bijvoorbeeld een 15 daagse periode die moet eindigen op 23 augustus. De redenering was dan bijvoorbeeld: “23-15=8, dus werk je met 8 t/m 23 augustus.” In de opdracht komen wel voorbeelden hiervan voor, maar een meer expliciete waarschuwing voor dit probleem is toch op zijn plaats.

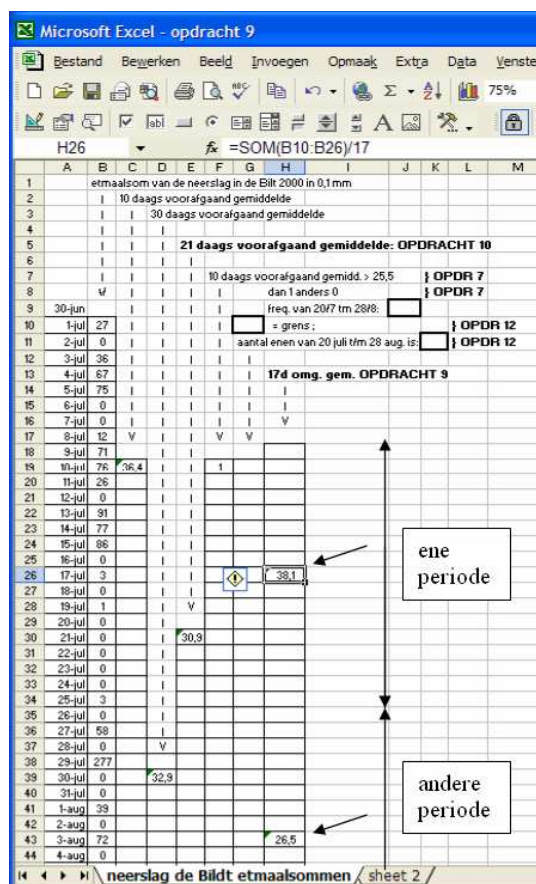


fig. 4 Verwarring over 17 daags omgevinggemiddelde

Één leerling bleek later het begrip *17 daags omgevings-gemiddelde* te interpreteren als “je verdeelt de hele periode in aaneengesloten stukken van 17 dagen en in het midden van zo’n periode reken je het gemiddelde van die periode uit”. Hier wordt verondersteld dat de periodes niet moeten overlappen (zie Figuur 4). In de pretest had deze leerling ook duidelijk moeite met het beoordelen van situaties over het gemiddelde.

Ervaringen met het meer open deel van de praktische opdracht

Bij opdracht 13 (zie Figuur 2) werd vaak te kort en te veel in schooltaal geantwoord. De vraagstelling was kennelijk niet voldoende expliciet voor de leerlingen. Ook hebben we in observaties van de lessen problemen van leerlingen met Excel geconstateerd: in het bijzonder betrof dit het gebruik van absolute en relatieve celverwijzingen. Een voorbeeld hiervan is het volgende (zie Figuur 4): bij het gebruiken van waarden in kolom B, met in cel F19 de opdracht $ALS(B19>25,5;1;0)$ verliep het werk probleemloos. Toen daarna in kolom G moest worden gewerkt met de formule $ALS(B19>G$10:1:0)$ werd door de meeste leerlingen de formule uit kolom F naar G gekopieerd, waarna 25,5 werd vervangen door de absolute celverwijzing FS10$. Toen daarna de uitkomsten duidelijk niet klopten, bleek niemand in staat om te vinden dat de formule door het naar rechts kopiëren in feite was veranderd in $ALS(C19>G$10:1:0)$. Leerlingen waren eerst verbaasd over de verkeerde relatieve celverwijzing en pas later begrepen ze dat de fout door het kopiëren werd veroorzaakt. Deze fout kostte vrij veel tijd voor de leerlingen. Het zou verstandig geweest zijn om in het instructiestencil over werken met Excel aan dit probleem aandacht te besteden. Dat bleek ook nodig om het nut van het gebruik van absolute celverwijzingen duidelijker te maken. Ook in de didactiek literatuur (bijv. [6,7]) wordt over de verschillen die mogelijk zijn bij het gebruik van cellen in Excel gesproken en wordt er melding gemaakt van mogelijke misverstanden die kunnen ontstaan.

Opdracht 12

In de periode 20 juli 2000 t/m 28 augustus 2000 als einddatum van een 10-daagse vakantie zitten er 50 dagen. (10 juli 2000 t/m 28 augustus 2000)
12,5 % van 50 is 6,25. De regenverzekering wil niet meer maar natuurlijk wel minder dan 12,5 % van de dagen uitbetalen. Dus we zijn G10 gaan veranderen tot er 6 dagen uitkwamen die uitbetaald moesten worden. G10 hebben we veranderd in $43 \times 0,1 \text{ mm} = 4,3 \text{ mm}$. Dus als je in plaats van bij hoger dan 2,55 mm/dag, 4,3 mm/dag neemt hoeft de regenverzekering niet meer dan 12,5 % uit te betalen. (zie OPDRACHT 12 op het schijfje)

fig. 5 *Uitwerking van opdracht 12 door Kimber en Cyr*

Verskillende groepjes formuleren hun redeneringen heel duidelijk. In Figuur 5 staat het antwoord van Kimber en Cyr op opdracht 12 van de lestekst. Hieruit valt op te maken dat ze het jaar 2000 niet als een uitgangspunt voor

latere verwachtingen zien, maar als het jaar waar het in de opdracht om gaat.

Opdracht 13: Het bedrijf wil 50% van de prijs terugbetalen aan 15-daagse reizen waarin gemiddeld minstens x mm regen per dag valt (periode 6 juli t/m 28 augustus). Maar om te zorgen dat de kosten niet te hoog worden willen ze niet meer dan 10% van de vakanties terugbetalen.
In de periode van 6 juli t/m 28 augustus zijn er 39 15-daagse vakanties die helemaal in die periode vallen. 10% daarvan is dus $0,1 \times 39 = 3,9$ reizen, oftewel 4 reizen die worden terugbetaald.
Om te bereken hoeveel reizen moeten worden terugbetaald moet je een 15-daags gemiddelde maken en daarbij een grens maken. Als het gemiddelde boven die grens komt, dan wordt de reis terugbetaald, en anders niet.
Omdat het bedrijf maar 4 reizen wilt terugbetalen, adviseer ik om de grens op 30,8 mm te zetten, want dan hoeven ze 3 reizen terug te betalen.
Zie Opdracht 13.xls voor gegevens.

fig 6 *Uitwerking van opdracht 13 door Chee en Geert*

In Figuur 6 staat de uitwerking van Chee en Geert bij opdracht 13 (zie Figuur 2). Deze uitwerking is ondanks de telfout over 39 dagen, duidelijk en klopt met de opzet van het rekenblad. Zij hebben niet gezien (of vergeten), net als veel andere leerlingen, dat de eenheid voor de neerslag 0,1 mm is. Ook uit deze tekst spreekt geen inzicht in de aanname dat je het jaar 2000 als uitgangspunt kunt nemen, mits dat een “normaal” jaar was met betrekking tot neerslaghoeveelheden.

Overige praktijkervaringen

Bij het werken met de opdracht in de klas kwam het volgende naar boven:

- met vier leerlingenteams heeft de docent een discussie gehad over het al dan niet realistische karakter van de vraagstelling. Deze leerlingen vonden dat bij de meeste reisbureaus vakanties alleen voor hele aantallen weken kunnen worden geboekt in het seizoen. Van dinsdag tot en met donderdag is dan dus niet mogelijk. Aan de opstelling van deze leerlingen is duidelijk te merken dat de opdracht voor hen realistisch is;
- sommige leerlingen gingen het rekenwerk eerst met een gewone rekenmachine doen en namen dan de uitkomsten in het rekenblad over. Bij kleine veranderingen in de vraagstelling leverde dat heel veel rekenwerk op. Een positief effect hiervan was wel dat het motiveerde om toch maar over te stappen op het gebruik van formules in het rekenblad. Deze leerlingen leren uit ervaring wat een spreadsheet eigenlijk is en wat voor voordelen het biedt ;
- de oefeningen in deze inleiding over het werken met Excel waren te weinig toegespitst op specifieke problemen die in de praktische opdracht voor komen. Er is een beter aangepaste inleiding over Excel nodig bij deze opdracht;

- de inleiding over het werken met Excel kostte voor ongeveer de helft van de leerlingen wat meer tijd dan één les. Dit bracht aan het licht dat Excel in deze groep te weinig wordt gebruikt. In een eerder experiment over “Analyse van Overlevingsdata” in een 5 vwo klas bleek hetzelfde probleem [6]. De conclusie is duidelijk: werken met Excel moet je onderhouden, anders is het aanleren ervan vrij zinloos;
- de vorm waarin wij de beantwoording van de slot-opdracht van het meer open deel hadden verwacht (zie Figuur 2, opdracht 13) was voor alle leerlingen onduidelijk. Onze bedoeling was dat ze zich bijvoorbeeld in briefvorm tot het reisbureau zouden richten, maar we kregen antwoorden in gewone schooltaal (zie Figuur 6) met meestal een rekenblad als onderbouwing, soms zonder veel toelichting. Op dat punt is de vraagstelling erg onduidelijk. Het is misschien een aardige optie om samen met de docent Nederlands aandacht aan het opstellen van een advies te geven.
- bij een aantal leerlingen was het idee dat het jaar 2000 min of meer willekeurig gekozen is als een soort standaardjaar voor het kunnen doen van wiskundig onderbouwde uitspraken niet goed overgekomen. De tekst van de opdracht legt hier te weinig nadruk op. Voor een goede klas zou het interessant zijn om de resultaten van 2000 eens te vergelijken met andere jaren en om na te gaan of de keuze van zo'n jaar wel of niet veel uitmaakt;
- het open deel van de opdracht dat vooraf ging aan het eigen onderzoekje was gepland voor twee lessen, maar kostte meer tijd, namelijk bijna vier lessen. Daardoor was er geen tijd meer om met het eigen onderzoekje ervaring op te doen. Bij een betere inleiding over het gebruik van Excel schatten we de omvang van de opdracht op één les Excel + drie lessen voor de opdracht (+ twee lessen voor het eigen onderzoekje);

Conclusies

Wij trekken de volgende conclusies uit het experiment in de klas:

- de leerlingen ervoeren de praktische opdracht als interessant. Maar ze waren lang niet altijd door-drongen van het feit dat ze te maken hadden met echte data, die je ook zelf kunt opzoeken en aanvullen (zie de antwoorden A, C, E, F, H, J op vragen in het gesloten deel van de opdracht);
- in de derde klas die met de opdracht werkte bleek Excel een goed hulpmiddel te zijn voor het uitvoeren van het toch vrij omvangrijke rekenwerk, ondanks de gesignaleerde obstakels;
- het werken met absolute en relatieve celverwijzingen in Excel was niet altijd duidelijk voor leerlingen. Dat bleek met name bij kopiëren van formules. In de inleidende oefeningen moet hieraan meer aandacht besteed worden;

- de leerlingen in deze klas waren goed in staat om in een vrij complexe vraagstelling met behulp van een spreadsheet programma te komen tot steekhoudende conclusies;
- vanwege tijdgebrek in de klas kon onze laatste onderzoeksvraag: “kunnen leerlingen zelfstandig een eigen onderzoekje doen?” niet worden beantwoord. Dit zal in een volgende ronde, met een verbeterde tekst moeten worden geprobeerd.

Met de nodige slagen om de arm durven wij uit de resultaten van het werken met deze praktische opdracht in de klas te concluderen dat het een haalbare kaart is om leerlingen uit het derde leerjaar vwo met vrij grote hoeveelheden data in een tamelijk complexe probleemstelling zinvol te laten werken. De leerlingen kunnen daarbij Excel goed gebruiken als hulpmiddel voor het vele rekenwerk. Het feit dat de vraagstelling over een probleem gaat waarin ze zich goed kunnen inleven vinden leerlingen stimulerend.

Literatuur

- [1] www.nwo.nl/subsidiewijzer.nsf/pages/NWOA_4XHBL7
- [2] Alle ontwikkelde lesmaterialen voor docenten en leerlingen over wiskunde en het weer zijn beschikbaar op www.science.uva.nl/~heck/research/hetweer.
- [3] D. Heijboer & J. Nellestijn (samenstellers) *Klimaat-atlas van Nederland. De normaalperiode 1971-2000*. Uitgeverij Elmar B.V. Rijswijk – 2002.
- [4] A. Bakker. *Design research in statistics education. On symbolizing and computer tools*. Proefschrift, Universiteit Utrecht, 2004.
- [5] C. van de Giesen. De invloed van ICT op het wiskundeonderwijs. *Euclides*, juni 2004 (8), 334-339.
- [6] W. van den Camp & A. Heck. *Survival Analysis by Students*. In: T. Triandafillidis, K. Hatzikiriakou (red.) *Technology in Mathematics Teaching / Proceedings ICTMT6* (2003), pp. 388-394. www.science.uva.nl/~heck/research/survivalanalysis
- [7] M. Haspekian. *Instrumental approach to understand the problems of the spreadsheet integration*. In: T. Triandafillidis, K. Hatzikiriakou (red.) *Technology in Mathematics Teaching / Proceedings ICTMT6* (2003), pp. 118-124.

*Wim van den Camp, oud-docent wiskunde op het Fons Vitae Lyceum te Amsterdam, Wim.vdCamp@net.HCC.nl
André Heck, AMSTEL Instituut, heck@science.uva.nl*