

# een wiskundige thriller

## Meten op een foto

In tv-programma's als *Numb3rs*, *CSI* en *Law & Order* worden misdaden met speels gemak en in korte tijd opgelost: resultaten van DNA testen, toxicologisch onderzoek en van zoektochten in databanken zijn in een mum van tijd beschikbaar. De meest wazige foto's en videobeelden en de slechtste geluidsopnames gemaakt op een plaats delict kunnen zodanig opgepoetst worden dat allerlei details snel beschikbaar komen. De werkelijkheid is weerbarstiger en minder melodramatisch.

In voortgezet onderwijs zou je graag leerlingen met zo'n spannend onderwerp kennis willen laten maken en zee en blik in de keuken van forensisch onderzoek willen geven. Dit kan met een van de ontwikkelde NLT-modules waarin vooral de science vakken centraal staan. Maar ook is de connectie met wiskunde te maken. In dit artikel beschrijven we hoe dat kan bij het analyseren van mid-range foto's van een plaats delict waarin de aandacht uitgaat naar onderlinge positie van objecten die in het criminele onderzoek of de juridische afhandeling een rol kunnen spelen. Foto's kunnen met de beeldmeting-tool van Coach 6 en met een dynamisch meetkunde pakket geanalyseerd worden door leerlingen.

In figuur 1 is een foto te zien van de plaats delict van een op school in scène gezet misdrijf: een lijk op de gang. De fotograaf heeft nog een object ter plekke neergelegd: een zogenaamd perspectiefvierkant, bestaande uit vier tegels van gelijke soort en met identieke afmetingen die zodanig aan elkaar geschoven zijn dat ze samen een vierkant vormen. Het perspectiefvierkant is het enige object op de foto waarvan de werkelijke afmeting bekend is en zal gebruikt worden om de grootte en de onderlinge positie van de andere objecten te bepalen. Zo'n hulpmiddel is nodig omdat je de plaats delict op de foto in perspectief ziet en hierdoor geen zodanig eenvoudige afstandsrelatie tussen objecten hebt dat je deze simpelweg met een liniaal kunt opmeten.

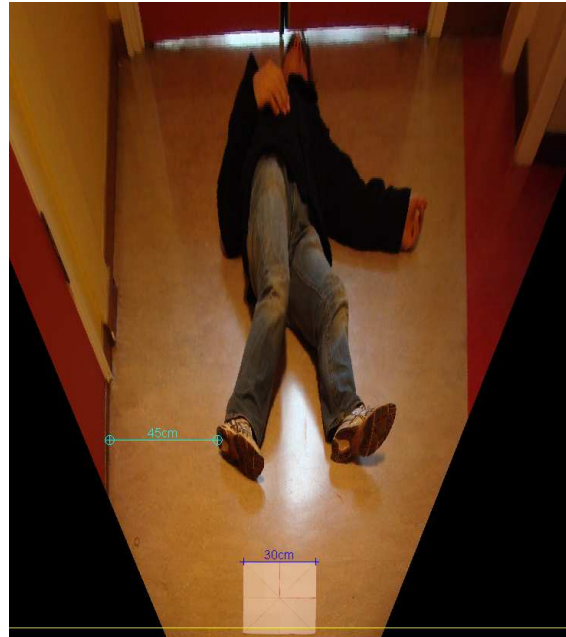


**Figuur 1.** Foto van de plaats delict.

## Gebruik van het perspectiefvierkant voor beeldrectificatie

Het grootste probleem met het meten van posities en afstanden op de foto van de plaats delict is zeggezegd de perspectivische vervorming. Een alternatief voor de eerder beschreven meetkundige aanpak van het probleem is om voorafgaand aan het opmeten van foto's en video-clips het digitale beeldmateriaal dusdanig te bewerken dat de perspectivische vertekening van objecten verdwijnt. Het is mogelijk om een projectieve transformatie toe te passen op de foto die de perspectivische vertekening van het perspectiefvierkant ongedaan maakt en een foto

oplevert vanuit frontaal-parallel gezichtspunt. Het resultaat, dat verkregen is met de computerwerkomgeving Coach, is in Figuur 2 te zien.

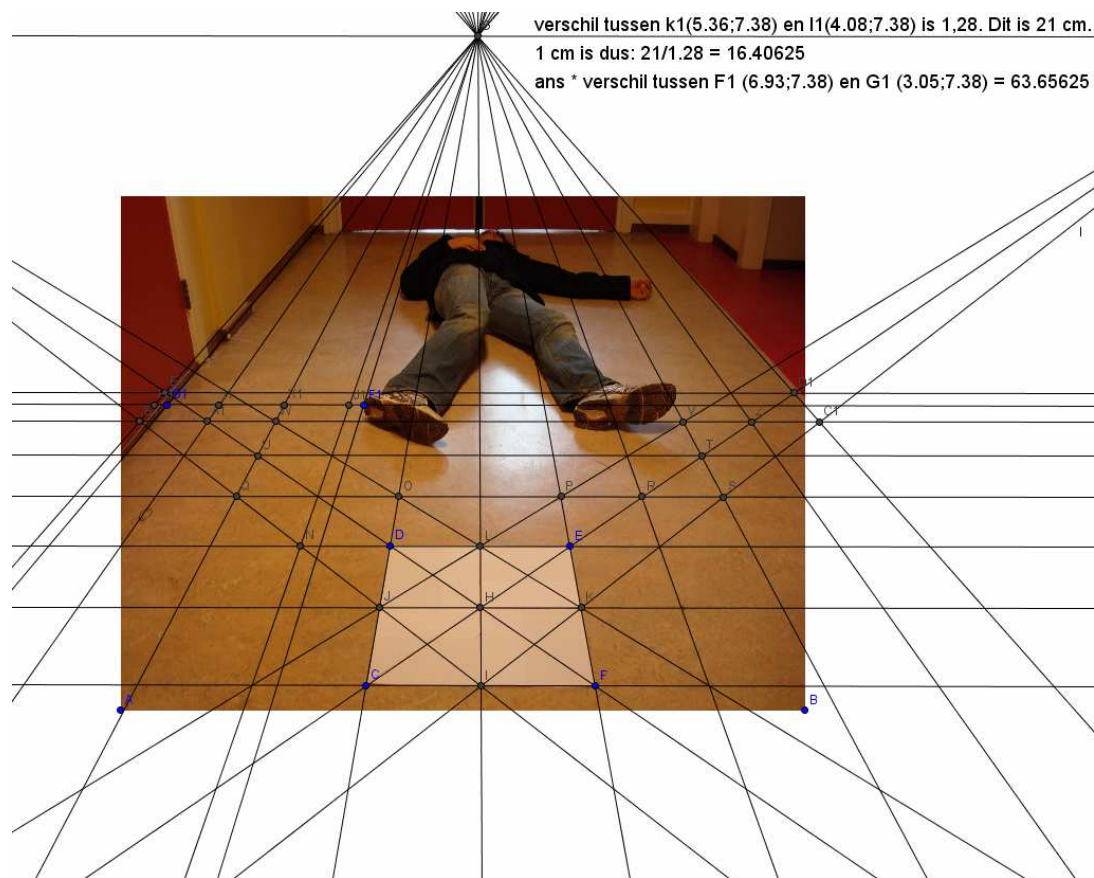


**Figuur 2.** Beeldrectificatie in Coach 6.

Dit herstel van rechte hoeken en parallelle lijnen in het grondvlak is een voorbeeld van beeldrectificatie. Hierna kunnen posities en afstand direct gemeten worden op de bewerkte foto t.o.v. een zelfgekozen assenstelsel. De gebruikersinterface is door iedere leerling en leraar te hanteren: op de oorspronkelijke foto leg je een vierhoek zodanig neer dat de hoekpunten overeenstemmen met de hoekpunten van een object dat in werkelijkheid een rechthoek is. De software rekent de projectieve afbeelding die de geselecteerde vierhoek in een rechthoek transformeert uit en past deze afbeelding op de digitale foto toe. In dit geval wordt het perspectiefvierkant als rechthoek aangewezen. Hierna is het slechts een kwestie van vergroten of verkleinen in beide richtingen (en eventueel verschuiven van het zichtbare gedeelte van de foto) om uiteindelijk tot een foto met het vierkant en de objecten in beeld te komen. Met een digitale liniaal is dan op de gerectificeerde foto direct te achterhalen wat de werkelijke afstand tussen rechtervoet en muur is

### **Gebruik van het perspectiefvierkant in een meetkundige aanpak**

Beeldrectificatie is niet de enige optie. Je kunt ook in navolging van renaissance kunstenaars zoals Alberti en Piero della Francesca de perspectieftegel uitbreiden tot een tegelvloer in perspectiefbeeld. Projectieve meetkunde met zaken als verdwijnpunten, horizon, etc., komt dan aan de orde in een modern jasje. Een dynamisch meetkundepakket zoals Cabri of GeoGebra is in deze aanpak wel een handig hulpmiddel. Figuur 3 toont een GeoGebra constructie gemaakt door 4 vwo-leerlingen van GSG Schagen. Zij hebben dit tot stand kunnen brengen door eerst het artikel “Wiskundige CSI” van André Heck uit *Euclides* (mei/juni 2008), geschreven naar aanleiding van een werkgroep op de NWD2008, te bestuderen en met de wiskundedocent te bespreken. Hierna konden ze zelf perspectieftegels van papier maken, een digitale foto van een misdaadscène maken en deze importeren in het meetkundepakket voor verdere analyse. Dit ging allemaal erg voorspoedig, ook al hadden leerlingen geen eerdere ervaring met GeoGebra. Conclusie van leerlingen en docent over deze les bij een combinatievak van NLT en Wiskunde D: “spannend onderwerp, erg leuk om te doen en nog veel geleerd ook!”



**Figuur 3.** Meetkundige analyse m.b.v. GeoGebra

## Materialen

Op de website van de NWD 2008 zijn lesmaterialen, te weten GeoGebra en Coach activiteiten, alsmede een online artikel over meten op foto's beschikbaar gesteld.

## Referenties

[www.fi.uu.nl/nwd](http://www.fi.uu.nl/nwd)

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

[www.cma.science.uva.nl](http://www.cma.science.uva.nl)

Robinson, E. M. (2007). *Crime Scene Photography*. Academic Press/Elsevier.

Heck, A. (2008). Wiskundige CSI. *Euclides*, **83** (7), mei/juni nummer.