

Quantumvloeistoffen voor roterende bosonen

F.J.M. van Lankvelt, J.W. Reijnders and K. Schoutens

De nobelprijs natuurkunde 2003 is toegekend aan Abrikosov, Ginzburg en Leggett, voor baanbrekend werk op het gebied van twee 'quantumcondensaten: superfluide Helium 3, en type-II supergeleiders. In het verre verlengde van dit bekroonde werk wordt onderzoek gedaan naar eigenschappen van quantumcondensaten van ultra-koude alkali atomen. We bespreken hier wat er gebeurt als een dergelijk condensaat aan het draaien wordt gebracht.

Roterende bosonen

De spectaculaire recente vorderingen in de kunst van het koelen van atomen hebben het mogelijk gemaakt quantumgedrag van atomen (bosonen en fermionen) bij extreem lage temperatuur direct te bestuderen. Een belangrijke doorbraak was de creatie in 1995 van een Bose-Einstein condensaat (BEC), waarin een macroscopisch aantal bosonische alkali atomen een enkele quantumtoestand bezet [1]. In het verlengde van deze doorbraak werden talrijke aspecten van ultra-koude quantumgassen onder de loupe genomen. De vraag naar het gedrag van een roterend BEC is door experimentele studies ten dele beantwoord: rotatie leidt tot de vorming van vortices (gequantiseerde wervels), die zich in een vlak loodrecht op de rotatierichting rangschikken op een driehoekig rooster [2]. Dit rooster, dat ook in roterende dunne lagen van vloeibaar ^4He is waargenomen, is sterk analoog aan het door Abrikosov in 1957 voorgestelde rooster van magnetische vortices in een type-II supergeleider.

De beelden in figuur 1 tonen de vorming van een vortexrooster voor een systeem van ^{87}Rb atomen in een magnetische val, die een potentiaal geeft van de vorm $V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2r^2$. Een aantal manieren om een dergelijk systeem aan het draaien te brengen is met succes beproefd: een mogelijkheid is het aanbrengen van een snel-draaiende anisotropie in de opsluitpotentiaal, een andere is het 'roeren met een snel-roterende laserstraal. Het eerste beeld in figuur 1 (geen rotatie) toont een BEC. De overige beelden, die corresponderen met steeds toenemende rotatiefrequentie, tonen de vorming van het vortexrooster, waarbij uiteindelijk een toestand is bereikt met ruim meer dan 100 vortices. In deze laatste toestand is de rotatiefrequentie van de val, Ω , nog maar een fractie kleiner dan de frequentie ω van de harmonische potentiaal van de val. (Bij rotatiefrequenties $\Omega > \omega$ zullen de atomen uit de val ontsnappen.)

De details van de vorming van een driehoekig vortexrooster, en van de verdere eigenschappen hiervan (zoals de frequenties van oscillaties die het rooster vervormen) zijn vanuit de theorie goed begrepen. Het verhaal is hiermee niet ten einde. We kunnen ons voorstellen

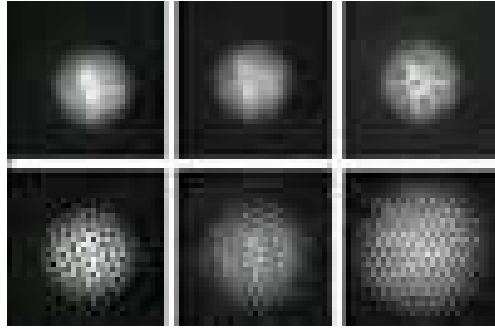


Figure 1: Vorming van driehoekig vortexrooster voor roterende bosonen . De beelden tonen een condensaat van ^{87}Rb atomen in een magnetische val, bij verschillende rotatiefrequenties [3].

aan de serie in figuur 1 nog een aantal beelden toe te voegen door de rotatie verder op te voeren en daarmee het verschil $\Omega - \omega$ verder te verkleinen. We komen dan uiteindelijk terecht in een situatie waarin we niet langer mogen verwachten dat de bosonen een vortexrooster zullen vormen. De reden hiervoor is dat naarmate de rotatie toeneemt de deeltjesdichtheid afneemt. De quantumfluctuaties in de posities van de vortices nemen daardoor toe. Bij zeer hoge rotatiesnelheid wordt er een punt bereikt waarop de fluctuaties van de orde van grootte worden van de afstand tussen twee vortices, en waarop het rooster zal ‘smelten’. Bij deze quantumfaseovergang verdwijnt het BEC definitief uit beeld en ontstaat nieuwe quantumtoestand van snelroterende atomaire materie. Het smeltpunt wordt verwacht bij een verhouding $\nu = N/N_V$ van het aantal deeltjes N en het aantal vortices N_V van ongeveer $\nu_c = 6$.

De toestanden die kunnen ontstaan na het quantumsmelten van het vortexrooster zijn vooralsnog buiten het bereik van experimenten, maar zijn theoretisch tamelijk uitvoerig onderzocht. Van groot belang hierbij is de analogie met de fysica van electronen onder de omstandigheden waarbij zgn. fractionele quantum Halltoestanden kunnen ontstaan. Het blijkt dat er een preciese analogie bestaat tussen ultra-koude, snel-roterende atomen en electronen in een vlak met een sterk transversaal magnetisch veld. In tabel 1 geven we de correspondentie tussen grootheden aan de beide kanten van deze vergelijking.

Quantum vloeistoffen I

Een theoretische analyse van een quantummechanisch veel-deeltjes systeem begint met een inventarisatie van de een-deeltjes toestanden die van belang zijn. Voor snel-roterende bosonen in een harmonische potentiaal zijn dit de quantumtoestanden van een tweedimensionaal systeem in het zogenaamde laagste Landau niveau (afgekort als LLL: lowest Landau level). De toestanden in het LLL zijn orbitalen met quantumgetal $m = 0, 1, \dots$. Met elk orbitaal correspondeert een een-deeltjes golf functie $m(z) = z^m \exp[-\frac{r^2}{2l^2}]$, waarbij $z = x + iy$ de complexe coördinaat in het $x - y$ vlak is. De harmonische lengte l wordt

Koude atomen in een snel roterende val	Electronen in een quantum Hall systeem
quasi-2D door snelle rotatie	quasi-2D door opsluiting in halgeleider-heterostructuur
Snelle rotatie	Sterk transversaal magnetisch veld
Coriolis-kracht	Lorentz-kracht
Vulfractie $\nu = N/N_V$	Vulfractie $\nu = N/N_V$
Atomaire (van der Waals-)interacties	Coulomb-interacties

Table 1: Vergelijking tussen snel-roterende koude atomen en elektronen in een quantum-Hall-systeem.

gegeven door $l^2 = \frac{\hbar}{m_B}$, met m_B de massa van een atoom. Een deeltje in het m -de orbitaal heeft de volgende eigenschappen: het bevindt zich op een afstand van ongeveer $r = l\sqrt{m}$ van de oorsprong, het draagt een impulsmoment van $L_z = \hbar m$, en heeft een energie gelijk aan $E_m = m\hbar(\Omega - \omega)$. In de limiet waarin $\Omega \rightarrow \omega$ wordt de een-deeltjes energie binnen het LLL bijzonder klein, en zijn de LLL toestanden de enige die voor het veel-deeltjes probleem nog van belang zijn. In recente experimenten is deze LLL limiet overtuigend bereikt [4].

Bij de dichtheden die experimenteel van belang zijn kunnen de interacties tussen de atomen gemodelleerd worden als een afstotende twee-deeltjes contactinteractie, waarvan de sterkte wordt bepaald door de verstrooiingslengte a voor verstrooiing in het s -golf kanaal. Het veel-deeltjes systeem (N bosonen in het LLL) kan interactie-energie winnen door bosonen in hogere orbitalen te plaatsen, maar betaalt daarvoor de prijs van een hogere rotatie-energie. Welke quantumtoestand voor het veel-deeltjes systeem bij een gegeven rotatiefrequentie Ω het gunstigst is, wordt dus bepaald door de competitie tussen de interactie-energie en de rotatie-energie $\sum_m n_m E_m$. Voor kleine waarden van Ω zijn de toestanden met $m > 0$ te kostbaar en zal het systeem volharden in een niet-roterende toestand. Er is een kritieke waarde Ω_c waarbij zich een eerste vortex vormt, en naarmate Ω verder toeneemt zal het totale impulsmoment van de bosonen groter worden, en verschijnen er meer vortices. Uiteindelijk kan, na het smelten van vortexrooster, zelfs een toestand ontstaan, waarin de interactie-energie geheel verdwijnt! De veel-deeltjes golffunctie hiervoor is

$$\Psi_L(z_1, z_2, \dots, z_N) = \prod_{i < j} (z_i - z_j)^M \exp\left(-\sum_i \frac{|z_i|^2}{2l^2}\right), \quad \text{met } M = 2.$$

Deze toestand L heeft vulfractie $\nu = N/N_V = \frac{1}{2}$.

De index ‘L’ in de golffunctie Ψ_L staat voor Laughlin. De golffunctie is namelijk identiek aan de golffunctie die in 1983 door Laughlin werd voorgesteld in de context van het fractionele quantum Halleffect (fqHe). Om precies te zijn: Laughlin stelde L met $M = 3$ voor als golffunctie voor electronen die het $\nu = \frac{1}{3}$ fractionele quantum Hall effect vertonen [zie het kader voor meer informatie hierover]. Veel van de bijzondere eigenschappen van de

Laughlintoestanden gelden voor algemene M en dus ook voor het geval van de voorgestelde atomaire quantum Halltoestand. Een belangrijke eigenschap is de energiekloof (gap) boven de toestand Ψ_L : het toevoegen van een enkel extra deeltje aan het systeem kost eindig veel energie en we spreken van een onsamendrukbare quantumvloeistof. Een andere bijzondere eigenschap is het bestaan van excitaties met ‘fractionele lading. Voor het geval van elektronen in de $M=3$ Laughlin toestand zijn dit excitaties met lading gelijk aan $\frac{1}{3}$ van de lading van het electron; in het geval van bosonische atomen in de $M = 2$ Laughlin toestand gaat het om excitaties met ‘deeltjesaantal gelijk aan $\frac{1}{2}$.

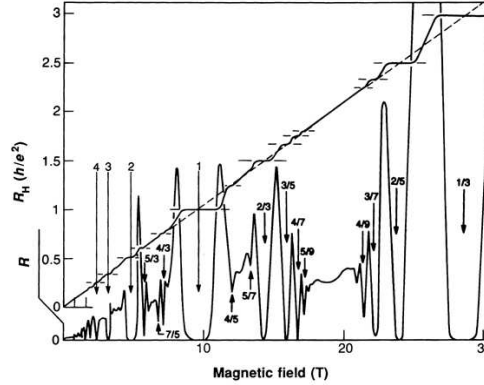


Figure 2: Hallweerstand R_H en diagonale weerstand R van een tweedimensionaal electronengas in het regime van het fractionele quantum Hall effect [5].

Electronische quantum-Hall-toestanden

Het bestaan van electronische quantum Halltoestanden, zoals de Laughlin toestand, is ontdekt aan de hand van het (fractionele) quantum Halleffect. Dit effect behelst het voorkomen van plateaus in de Hallweerstand R_H van een tweedimensionaal electronengas bij lage temperatuur, gemeten als functie van de sterkte van een transversaal magnetisch veld B . De plateaus in R_H worden waargenomen rond specifieke rationale waarden ($\nu^* = \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \dots$) van de electronische vulfractie $\nu = N/N_\Phi = nhc/eB$ [N_Φ is het aantal magnetische fluxquanta door het systeem], waarbij de Hallweerstand op het plateau gelijk is aan $R_H = (1/\nu^*)(h/e^2)$. Voor het fractionele quantum Halleffect gold lange tijd de ‘oneven noemer regel die stelt dat breuken van de vorm $\nu = p/q$ met q even en p oneven niet voorkomen. Later werd gevonden dat ook bij $\nu = 5/2$ het quantum Halleffect kan optreden. Inmiddels is duidelijk dat het ‘5/2-effect is terug te voeren op een quantum Halltoestand (de zgn. Moore-Read toestand) waarin de electronen paren vormen, precies zoals in een supergeleider.

Quantum vloeistoffen II

De quantumtoestanden die roterende bosonen na het smelten van het vortexrooster kunnen vormen zijn onderzocht met behulp van exacte diagonalisatie studies. Hierbij is het vol-

gende scenario gevonden [6]. Na het quantumsmelten van het vortexrooster, bij vulfractie $\nu_c \approx 6$, zijn onsamendrukbare quantumvloeistoffen mogelijk bij $\nu = k/2$, met k een geheel getal. Voor $k = 1$ is dit de hierboven besproken Laughlin vloeistof, terwijl de toestanden voor $k > 1$ vergelijkbaar zijn met de Moore-Read toestand voor het $5/2$ quantum Hall effect, met dien verstande dat in de toestand bij $\nu = k/2$ de bosonen clusters kunnen vormen waarin maximaal k deeltjes bij elkaar komen. Behalve deze toestanden worden quantum Halltoestanden verwacht voor vulfracties van de vorm $\nu = 2/3, 3/4$, etc.

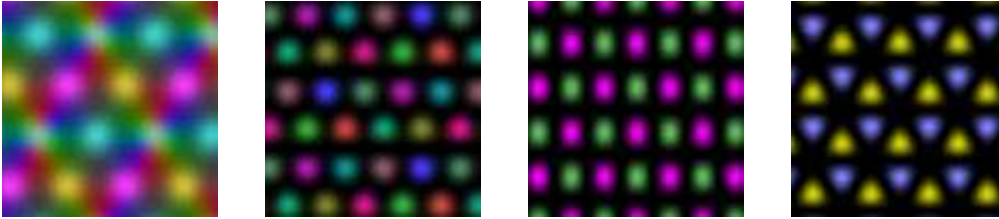


Figure 3: Roosters van spin-patternen voor snel roterende spin-1 atomen. Anders dan in het geval van bosonen zonder spin (figuur 1) is de dichtheid hier nagenoeg constant. De verwachtingswaarde van de spin-vector toont een regelmatige kristalstructuur, waarvan de details afhangen van de sterkte van de spin-spin interactie.

Roterende spin-1 bosonen

Het hierboven geschetste scenario geldt voor bosonen zonder spin. Veel van de relevante alkali atomen komen voor in hogere spintoestanden (met hyper-fijn spin $F = 1, F = 2, \dots$). Het is interessant om na te gaan wat de effecten van rotatie op bosonen met spin zullen zijn. Een spin- F atoom heeft $2F + 1$ spintoestanden, en door te werken met een optische (niet-magnetische) val kan voorkomen worden dat tussen die toestanden door het Zeeman effect een energieverschil ontstaat. De spin vrijheidsgraad leidt tot extra parameters in de 2-deeltjes interacties, die bepalend zijn voor de fysische eigenschappen. Voor $F = 1$ atomen is met name van belang of het spin-afhankelijke deel van de interactie anti-ferromagnetisch is (zoals voor ^{23}Na) of ferromagnetisch is (zoals voor ^{87}Rb). Roterende optische vallen zijn experimenteel nog niet gerealiseerd; we rapporteren hier kort de bevindingen van een theoretische analyse (zie hiervoor onze recente publicatie [7] en de referenties die daarin worden gegeven).

Al bij lage rotatie zijn er belangrijke verschillen tussen bosonen met en zonder spin. Voor bosonen zonder spin ontstaan singuliere vortices (de zwarte puntjes in fig 1.), waar de deeltjesdichtheid verdwijnt. Voor bosonen met spin verwachten we spin-structuren, waarin de deeltjesdichtheid nagenoeg constant is, maar de verwachtingswaarde van de spin-vector op ingewikkelde maar continue wijze varieert in de ruimte.

Als de rotatiefrequentie verder wordt opgevoerd, ontstaan voor spin-1 atomen roosters (kristallen) van de elementaire spin-structuren. In figuur 3 wordt een aantal mogelijke

patronen getoond, voor verschillende waarden van de verhouding van de spin-afhankelijke en spin-onafhankelijke interacties van de bosonen.

Bij ultra-hoge rotatiefrequenties zullen de spin-structuur roosters smelten en worden ook hier quantum Halltoestanden verwacht. De details hiervan zijn fascinerend: het is onder andere mogelijk dat niet alleen het quantumgetal voor deeltjesdichtheid, maar ook dat voor de spin fractionaliseert. We voorspellen het bestaan van een quantumvloeistof van spin-1 atomen waarvan de elementaire excitaties deeltjes zijn met spin- $\frac{1}{2}$ [8].

Experimenten

Van de hier beschreven toestanden voor roterende bosonen zijn vooralsnog alleen de vortices en vortexroosters voor bosonen zonder spin experimenteel waargenomen. Het waarnemen van de beschreven structuren voor spin-1 atomen vereist het gebruik van een optische (niet-magnetische) val, om een Zeeman splitsing van de energieën van de verschillende spin-componenten te voorkomen. Dergelijke vallen zijn inmiddels in gebruik, en in recent experimenteel werk is de spin-dynamica van $F = 1$ en $F = 2$ atomen waargenomen [9]. Naar verwachting zal de stap naar het bestuderen van roterende atomen met spin in de nabije toekomst gezet kunnen worden. Het bereiken van het quantum Hallregime vereist extreem hoge rotatiefrequenties en extreem lage (sub-nK) temperaturen, en is daarmee een experimentele uitdaging van formaat. Vooralsnog lijkt de speelruimte voor experimenten in deze richting niet uitgeput te zijn, en er is goede hoop dat het hier beschreven scenario getoetst zal kunnen worden aan de experimentele realiteit.

References

- [1] M.H. Anderson *et al.*, Science 269, 198 (1995).
- [2] M.R. Matthews *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2498 (1999); K.W. Madison *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000); J.R. Abo-Shaeer *et al.*, Science 292, 476 (2001).
- [3] figure: jilawww.colorado.edu/bec
- [4] V. Schweikhard *et al.*, cond-mat/0308582.
- [5] figure from J.P. Eisenstein and H.L. Stormer, Science 248, 1510 (1990).
- [6] N. Cooper *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 120405 (2001).
- [7] J.W. Reijnders *et al.*, Phys. Rev. A **69**, 023612 (2004).
- [8] J.W. Reijnders *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 120401 (2002).
- [9] M.-S. Chang *et al.*, cond-mat/0309164; H. Schmaljohann *et al.*, cond-mat/0308281.