

# Proeftentamen Taal, Wiskunde, Logica

Geef je naam en studentnummer:

**Vraag 1** In het college hebben we gezien dat als  $A$  eindig is, dan is  $A^*$ , de verzameling van alle eindige rijtjes van elementen van  $A$ , aftelbaar oneindig. Hoe kun je inzien dat dit zo is?

**Vraag 2** Stel dat  $A$  eindig is. Beschouw de verzameling  $A^\infty$  van alle *oneindige* rijtjes van elementen uit  $A$ . Is deze verzameling aftelbaar oneindig of overaftelbaar? Waarom?

**Vraag 3**  $A$  is een verzameling van vijf elementen. Hoe groot is  $A \times A$ ?

**Vraag 4** Een binaire relatie op  $A$  is een deelverzameling van  $A \times A$ . Neem weer aan dat  $A$  een verzameling is van 5 elementen. Hoeveel verschillende binaire relaties op  $A$  zijn er?

**Vraag 5** Geef een contextvrije grammatica die in elk geval de volgende zinnen kan genereren:

1. Hillary respecteert Barack
2. Barack verslaat Hillary
3. Barack wordt door geen vrouw verslagen
4. Een man verslaat een vrouw die hij respecteert
5. Een man verslaat een vrouw die hem respecteert
6. Elke man die Hillary verslaat wordt door Bill veracht (twee lezingen).

Geef aan hoe het verschil ontstaat tussen de twee lezingen van de laatste zin.

**Vraag 6** Beschouw nog eens de voorbeeldzinnen uit de vorige opgave. Laat een predikatenlogische taal gegeven zijn met eigennamen  $h, b_1, b_2$  (waarbij  $h$  staat voor Hillary,  $b_1$  voor Barack, en  $b_2$  voor Bill), met eenplaatsige predikaten  $M$  en  $F$  (waarbij  $M$  staat voor man zijn en  $F$  voor vrouw zijn), en met tweepplaatsige predikaten  $R, H, D, B$  (waarbij  $R$  staat voor respecteren,  $H$  voor haten,  $D$  voor verachten en  $B$  voor verslaan). Vertaal elk van de bovenstaande zinnen in een predikatenlogische formule die de betekenis juist weergeeft. Let op: de laatste zin krijgt twee vertalingen (voor elke lezing een).