

## Proeftentamen Wiskunde en Logica

**Vraag 1**  $A$  is een verzameling van vijf elementen. Hoe groot is  $A \times A$ ?

**Vraag 2** Een binaire relatie op  $A$  is een deelverzameling van  $A \times A$ . Neem weer aan dat  $A$  een verzameling is van 5 elementen. Hoeveel verschillende binaire relaties op  $A$  zijn er?

**Vraag 3** Laat een predikatenlogische taal gegeven zijn met eigennamen  $h, b_1, b_2$  (waarbij  $h$  staat voor Hillary,  $b_1$  voor Barack, en  $b_2$  voor Bill), met eenplaatsige predikaten  $M$  en  $F$  (waarbij  $M$  staat voor man zijn en  $F$  voor vrouw zijn), en met tweeplaatsige predikaten  $R, H, D, B$  (waarbij  $R$  staat voor respecteren,  $H$  voor haten,  $D$  voor verachten en  $B$  voor verslaan). Vertaal elk van de bovenstaande zinnen in een predikatenlogische formule die de betekenis juist weergeeft. Let op: de laatste zin krijgt twee vertalingen (voor elke lezing een).

1. *Hillary respecteert Barack*
2. *Barack verslaat Hillary*
3. *Barack wordt door geen vrouw verslagen*
4. *Een man verslaat een vrouw die hij respecteert*
5. *Een man verslaat een vrouw die hem respecteert*
6. *Elke man die Hillary verslaat wordt door Bill veracht (twee lezingen).*

Geef aan hoe het verschil ontstaat tussen de twee lezingen van de laatste zin.

**Vraag 4** Als  $A$  een verzameling is dan bedoelen we met  $A^*$  de verzameling van alle eindige rijtjes van elementen van  $A$ . Stel dat  $A$  eindig is. Hoe groot is dan  $A^*$ . En hoe kun je inzien dat dat zo is?

**Vraag 5** Stel dat  $A$  eindig is. Beschouw de verzameling  $A^\infty$  van alle *oneindige* rijtjes van elementen uit  $A$ . Is deze verzameling aftelbaar oneindig of overaftelbaar? Waarom?