

F3: Wat willen we toetsen?

Een overpeinzing van Henk Pfaltzgraff n.a.v. de voorbeeldtoets 3F, uitgaande van de wensen van het V.O./H.O.

Vooraf een paar opmerkingen.

- De rekentechnische prestaties zijn teruggelopen t.g.v. met name drie oorzaken: (1) de rekenmachine, (2) de angst bij didactici voor rekenregels en abstracties en (3) een tekort aan oefening (training).
- De rekenmachine is een Fremdkörper bij het toetsen van basale rekenvaardigheden en gedoemd het lot van het formuleblad te ondergaan. Docenten V.O. en H.O., hoogopgeleide ouders, studenten en journalisten (!) zullen niet begrijpen wat een rekenmachine doet bij een voor het examen meetellende rekentoets. Het is zoets als een rijexamen of een zwemdiploma behalen via een simulator. Als bij 80% van de scorepunten een rekenmachine gebruikt mag worden is het in principe mogelijk dat iemand die niet kan optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, een voldoende haalt. En dat in klas 6 vwo.
- Verder moet naar mijn mening een rekentoets voortdurend een beroep doen op het vlot cijferen. De producttafels en de rekenregels (m.n. de breukbewerkingen en de voorrangsregels). Dat is geen 'harde lijn' maar bittere noodzaak. Klachten uit het H.O. en V.O. over rekentekorten betreffen bijvoorbeeld:

- statistiek (kansberekeningen, standaarddeviatie, verwachtingswaarde, kwadraten en wortels)
- economie (formules en functies, percentages)
- natuurkunde, techniek (breuken, algebra, vergelijkingen)
- geneeskunde (omrekeningen, decimalen, percentages)
- pabo, pedagogiek, onderwijskunde (basale rekenvaardigheden en routines)

Over toetstechnische aspecten van de concept toets 3F heb ik vooraf de volgende kanttekeningen.

- Niemand heeft gevraagd om in een rekentoets het 'begrijpend lezen' te toetsen. Teveel ruis in een opgave verhoogt de kans op oneigenlijke fouten.
- Ook meerkeuzevragen verhogen de onbetrouwbaarheid van een toets, en kunnen gemakkelijk vermeden worden.
- Opgaven met 'lelijke getallen' (met excuses aan de mathematici onder ons) nodigen uit tot het gebruik van een rekenmachine. Bijna altijd is het mogelijk om met andere 'mooie' getallen een begrip te toetsen, zonder rekenmachine en met behoud van de inhoud. Als voorbeeld opgave 24 die vraagt naar de bevolkingsdichtheid van Nederland (als geheel getal) met als gegevens het aantal inwoners (16654000) en de oppervlakte (41528 km^2). Met weglating van alle ruis en met 'makkelijke' getallen kun je dit ook zo vragen:

Een land heeft 16400000 inwoners op een oppervlakte van 40000 km^2 . Bereken de bevolkingsdichtheid per km^2 .

- Niet alle domeinen hoeven (en kunnen) getoetst te worden. Sommige domeinen zijn ronduit onzinnig en ontoetsbaar. Dat geldt met name voor meetkundige onderwerpen ('een werktekening kunnen lezen en interpreteren', som 27).
- Het 'handig rekenen' is een van de zwakke punten van het realistisch rekenonderwijs. Sommen als 25×128 (som 10) moeten eigenlijk vervangen worden door (bijvoorbeeld) 26×129 .

Veel elementair cijferwerk ontbreekt in de voorgestelde rekentoets 3F.

In de nieuwste drukken van de wiskundeboeken havo/vwo brugklas zijn extra rekenparagrafen ingevoerd waar ik de volgende geschikte sommetjes tegenkwam (de rekenmachine mocht niet gebruikt worden). Uit Netwerk 1A vwo:

$$30 - (2 + 3) \times 6 \quad (\text{de voorrangsregels!})$$
$$160 : 53 \times 53 : 4 \quad 85 \times 62 \quad 12 \times 3 \times 4$$
$$\frac{5}{6} - \frac{2}{7} \quad \frac{7}{9} \times \frac{9}{7} \quad \frac{3}{5} \times \frac{3}{8}$$

Een auto loopt 1 op 16; de brandstof kost € 1,05 per liter; bij het tanken heeft de auto 320 km afgelegd.

- a. Hoeveel euro kostte de brandstof b. De gemiddelde snelheid was 75 km/uur; hoeveel km/minuut is dat?
c. Hoeveel minuten duurde de rit? Zonder rekenmachine moet hier uitgerekend worden:

a. $320 : 16 \times 1,05$ b. $75 : 60$ c. $\frac{320}{\frac{75}{60}}$ of $\frac{320}{75} \times 60$ of $\frac{320}{1,25}$

1. $\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{4} =$ Akkoord.
2. $14 \times 9,4 - 4 \times 9,4 =$ Akkoord.
3. $0,08 \times 0,5 =$ Akkoord. [liever: $0,0085 \times 5000$]
4. 70 van 350 is ... % Akkoord.

5. Welke breuk hoort bij de pijl? (De pijl staat midden tussen $\frac{1}{8}$ en $\frac{1}{4}$)

Het ordenen van 'echte', gelijknamige breuken op een getallenlijn is geen relevante vaardigheid. Bij decimale getallen is het zinvoller i.v.m. het aflezen van analoge (continue) meterstanden (bijv.).

De bedoeling is hier kennelijk, dat de leerling inziet dat op zestienden over moet (kan) worden gegaan: midden tussen $\frac{2}{16}$ en $\frac{4}{16}$ ligt $\frac{3}{16}$.

De meeste leerlingen zullen het zo niet doen, maar kiezen voor $(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}) : 2$.

Deze vraag hinkt op vier gedachten: inzicht, breuken optellen en delen en kennis van het begrip gemiddelde.

Alle leerlingen weten al vanaf het moment dat ze hun rapportcijfer berekenen hoe ze het gemiddelde uit moeten rekenen, dat hoeft dus niet getoetst te worden.

Als je deze gecombineerde breukbewerkingen wilt toetsen stel dan liever een vraag in de vorm: $\frac{(\frac{1}{8} + \frac{1}{4})}{2} =$

6. $48 : 0,12 =$ Akkoord. [liever: $0,054 : 0,12$]

7. $400 : \frac{1}{8} =$ Akkoord. [liever: $66 : \frac{2}{3} =$]

8. Het getal 2,25 ligt tussen A 1 en 2 B 2 en $2\frac{1}{2}$ enz.

Deze vraag is ongeschikt, om twee redenen:

(1) Meerkeuzevragen komen bij dit soort rekentoetsen niet in aanmerking (en zijn ook niet nodig) omdat ze de onbetrouwbaarheid vergroten.

(2) Het afschatten van een decimaal getal kan beter via een continue (analoge) schaal (meterstand) gebeuren.

Inzicht in de structuur van het decimale stelsel kan m.i. beter getoetst worden via een vraag als:

Rangschik van klein naar groot: 0,20151 0,2051 0,20501 0,20051.

Of: het aflezen van een analoge meterstand met ongebruikelijke maatstreepjes (om de 0,2 of 0,25 bijv.).

9. $286 + 1034 =$ Wel erg flauw. Liever $5347 + 2859$ of $5347 - 2859 =$

10. $25 \times 128 =$ Een stereotype 'handig rekenen' vraag. Beter: $27 \times 129 =$

11. Hoeveel km is 3 cm op een schaal 1:50 000? Akkoord.

12. Tijdens de winter werd 70 000 ton strooizout gebruikt. Hoeveel kg is dat? Akkoord.

Maar waarom niet korter: 70 000 ton = ... kg? Het strooizout en de winter zijn ruis.

13. 0,5 dl = ... ml. Akkoord.

Dit soort omrekening van eenheden (lengte, oppervlakte, inhoud, snelheid) kan bij elkaar gezet worden in één vraag, met 'kale' subvraagjes. De context leidt alleen maar af.

a. 70 000 ton = ... kg **b.** 0,5 dl = ... ml **c.** 90 km/u = ... m/sec **d.** 30 are = ... m² enz.

14. Los van het verhaal staat hier:
Een trein rijdt 29,86 km in 7,5 min. Wat is de gemiddelde snelheid in hele km/uur?

Typisch een rekenmachinesom. Maar wat toetsen we hier met al die woorden? 'Begrijpend Lezen' komt toch bij de Taal toetsen aan de beurt? Waarom niet gewoon:

Een magneetzwefstrein trein rijdt 30 km in 6 min. Wat is de gemiddelde snelheid in km/uur? [Of: km/min].

Als ze dit kunnen oplossen dan kunnen ze het ook met lelijke getallen en een rekenmachine.

15. Vier aanbiedingen voor biefstuk: welke is het voordeligst? (om het begrip evenredigheid te toetsen).

Komt neer op vier quotiënten: $\frac{5,40}{0,4}$ vergeleken met $\frac{9,75}{0,75}$ en $\frac{2,10}{0,150}$ en $\frac{7,35}{0,5}$. Dat is 4 keer hetzelfde.

De getallen zijn 'toevallig' precies geschikt voor 'handig rekenen' (of: geschikt voor de rekenmachine).
Waarom niet in één vraag: 400 gram biefstuk kost € 5,40. Hoeveel kost 600 g biefstuk?.

16. Een staafdiagram over de oplopende werkloosheid 2008-2010. Geschat moet worden hoe groot ongeveer een stijging van 425.000 naar 675.000 is (20%, 40%, 60% of 80%).

Als je rekenvaardigheid wilt toetsen geef dan de getallen 400.000 en 560.000 (stijging 40%) en vraag naar het exacte antwoord (en: vermijd meerkeuzevragen).

17. Een verhaal over een grondthermometer met een bereik van -20 tot +60 graden.

Ik heb nog nooit een leerling meegemaakt op het V.O. die zoiets verkeerd deed of niet begreep.
Schrap dit soort vragen die van het kaliber $1 + 1 = 2$ zijn.

18. Gevraagd wordt 25% van 10% van 60%. (antwoord 1,5%).

Akkoord, maar de formulering kan veel korter.

19. In 74 (!) woorden staat hier de formule $\frac{220 - L + R}{2}$ waarin $L = 47$ en $R = 73$ moet worden gesubstitueerd.

Vanwaar de angst om met zo'n formule te werken en alles te compliceren met een verhaal van 74 woorden?
Ik weet van mijn leerlingen dat ze bijna zonder uitzondering gruwen van al dat gebabbel. We zijn ermee terug in de middeleeuwen. Ik heb de bijbehorende domeinbeschrijving gelezen, die komt uit Utrecht zou je zeggen.
Maar we hoeven toch niet elk domein (ook het meest onzinnige) te toetsen?

20. Dit is op zich een sterke som over het verband tussen het aantal glazen alcohol en het gewicht met:

$promillage = \frac{100 \times \text{aantal}}{7 \times \text{gewicht}}$. Gevraagd wordt naar het aantal glazen dat hoort bij een gewicht van 72 kg en

een promillage van 0,5. Akkoord (hoewel er een fout antwoord staat in het antwoordmodel).

Een gewicht van 80 kg i.p.v. 72 kg omzeilt de rekenmachine (antwoord: 2,8 glaasjes) maar het afronden blijft een probleem. Men is zich bij al die rekenmachinesommen er niet altijd van bewust dat er eigenlijk telkens bij moet staan op hoeveel decimalen nauwkeurig gewerkt moet worden. Maakt de ruis nog weer groter.

21. Een chocoladedoos is 10 bij 10 bij 4 cm. De afmetingen ervan worden 20 bij 20 bij 8 cm.

De inhoud is daardoor A. 2 keer B. 4 keer C. 6 keer D. 8 keer zo groot geworden.

64 woorden, vier alternatieven en wat is het doel: domweg (1) $20 \times 20 \times 8 : 400$ uitrekenen of (2) zien dat alles 2 keer zo lang is en de regel kennen dat het volume dan met de derdemacht gaat?

Vraag het liever niet met vier alternatieven waarvan er minstens twee onzinnig zijn. Voorstel:

Een rechthoekig blok is 4 bij 5 bij 6 cm.

a. Bereken het volume b. Bereken de totale zijoppervlakte.

De lengte, breedte en hoogte van dit blok worden 1,5 keer zo groot gemaakt. Hoeveel keer groter wordt daardoor:

c. het volume d. de oppervlakte van het blok?

En dan nog dit. In de volgende vragen worden (politiek correcte) eigennamen van kinderen gebruikt (Afra, Ibrahim).
Je zit hiermee helemaal in de sfeer van de basisschool. Zouden de 17 en 18 jarigen die met deze toets opgescheept worden, zich niet ergeren aan dergelijke infantiliteiten? [N.B.: er bestaat ook nog zoiets als volwassenenonderwijs, waar dezelfde rekentoets moet worden afgenomen.]

22. Medailles met lint en zonder lint, met omzetbelasting en zonder omzetbelasting en een verhaal over Ibrahim de sportleraar uitmondend in: 'hoeveel procent (afgerond) omzetbelasting heeft een stijging in de koop prijs van € 1,18 naar € 1,40 tot gevolg?'

Hierbij is aan een rekenmachine gedacht. De deling $1,40 / 1,18 \approx 1,18644$ levert afgerond 19 gehele procenten. Ik stel voor een rekenmachineloze versie:

Hoeveel procent is een prijsstijging van € 1,20 naar € 1,44 ?

23. Pieter van den Hoogenband was $\frac{3}{105} \times 200 = 5,7142857\dots$ meter achtergeraakt op Michael Phelps.

Als je een verhouding wilt vragen zonder rekenmachine (waarom niet, zou ik zeggen) dan kun je beter vragen: Een zwemmer legt in 2 minuten een afstand van 200 meter af. Een andere zwemmer, die gelijk vertrokken is, doet over de 200 meter 3 seconden langer. Hoeveel meter is deze zwemmer achtergeraakt?

24. Zonder rekenmachine (en afronden) staat hier bijv. een vraag naar de bevolkingsdichtheid van een land met 16,4 miljoen inwoners en een oppervlakte van 40 000 km².

Met deze getallen zou ik dit een prima som vinden (16 400 000 : 40 000 = 410 inw/m²).

25. 125 liter water per persoon, 3 personen, 365 dagen à € 1,65 = $0,125 \times 1,65 \times 3 \times 365 = € 225,84$.

Dit is geen verhoudingssom maar een samengestelde vermenigvuldiging waarbij de rekenmachine niet gemist kan worden. Bovendien wordt de kennis getest van de omrekening: 1 m³ = 1000 liter dus 125 l = 0,125 m³.

26. Over de prijsdaling van tonijn. 300 000 : 342 vergelijken met 180 000 : 202 is een daling van 1,56%.

Ook deze verhoudingssom is zonder rekenmachine nauwelijks uit te rekenen.

27. Een werktekening van een tafel met kwartcirkel bovenblad. Gevraagd wordt de diameter van die kwartcirkel.

Dit domein (een werktekening lezen en interpreteren) is m.i. ontoetsbaar, wat blijkt uit dit voorbeeld.

28. Uit de woordformule $temp = 20 - 0,7 \times hoogte$ moet gehaald worden of bij een grotere hoogte een grotere, dan wel kleinere temp hoort (3 alternatieven worden geboden waarvan er 1 onzinnig is).

Het probleem met dit soort verbanden is, dat er maar twee alternatieven zijn. Het verdient aanbeveling om in één opgave meerdere subsonnetjes te zetten. Bijvoorbeeld:

Gegeven de volgende formules:

$$A = B + 100 \quad A = B - 100 \quad A = 100 - B \quad A = \frac{100}{B} \quad B = A - 100 \quad B = \frac{100}{A}$$

Gegeven is ook, dat B stijgt. Geef bij alle zes formules aan wat er dan met A gebeurt (stijgen of dalen).

29. Hoeveel % loonsverhoging is er, na eerst 4% en daarna 2% loonsverhoging, vier alternatieven):

A. 6% B. iets meer dan 6% C. Iets minder dan 6% D. Dat kun je niet weten.

Waarom niet de exacte uitkomst laten berekenen (op papier, zonder rekenmachine natuurlijk):

$1,04 \times 1,02 = 1,0608$. Dus 6,08% loonstijging.

30. Gegeven de omrekeningsformule $Celsius = \frac{5}{9} \times (Fahrenheit - 32)$.

Welke temp in graden Fahrenheit hoort bij een temp van 25⁰ C?

Dit is algebra en ook nog tamelijk lastig. Mogen we volgens mij niet vragen. Als je het domein 'terugrekenen uit een formule' en de voorrangregels wilt toetsen bedenk dan iets simpels. Bijvoorbeeld:

- a. Welk getal moet in het eerste vakje staan?



- b. Schrijf met een = teken en eventueel haakjes, welke berekening hierbij hoort.

[antw. ? = 5,5 met $5,5 \times 4 - 3 = 19$ of achterstevoren $(19 + 3) : 4 = 5,5$]

[Deze som komt uit een rekenparagraaf van Netwerk brugklas vwo]