Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen

Mythen in de rekendidactiek

Jan van de Craats*

13 februari 2007

Een steeds weer terugkerend thema in de media is het gebrek aan rekenvaardigheid bij scholieren en studenten. Klagen over het onderwijspeil is een verschijnsel van alle tijden, maar de recente klachten over rekenen (en over taal) zijn veel ernstiger dan ze vroeger waren. Tal van oorzaken worden genoemd, met het studiehuis en het nieuwe leren als favoriete boosdoeners. Ongetwijfeld terecht, maar bij rekenen is er meer aan de hand.

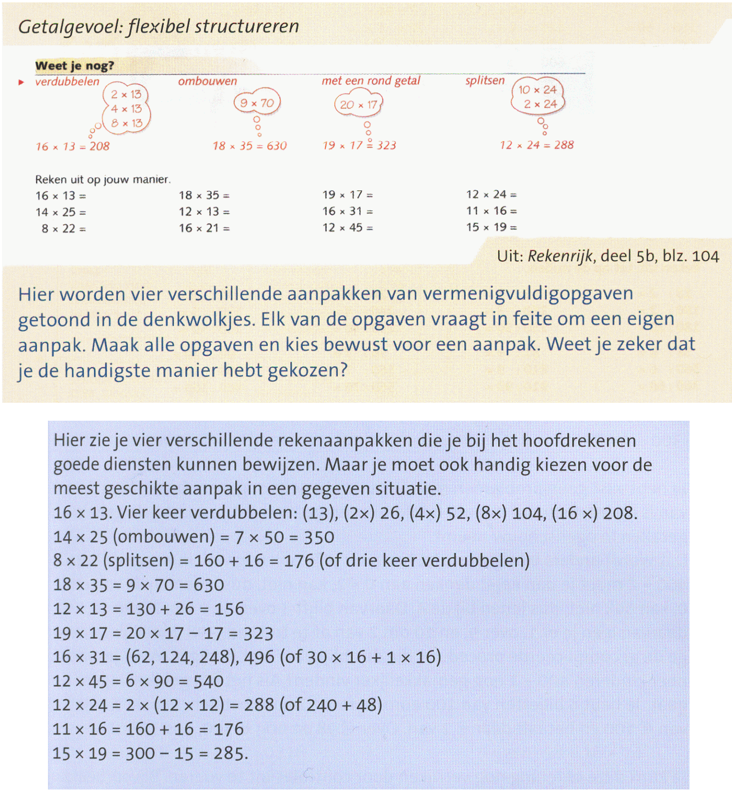
Wie namelijk de moeite neemt het lesmateriaal voor de basisschool en de pabo door te kijken, moet al snel vaststellen dat het geen wonder is dat Daan en Sanne (en hun meesters en juffen) niet kunnen rekenen. Naast prachtige plaatjes, leuke rekencontexten, mooie voorbeelden en uitdagende puzzeltjes, vertoont dat materiaal namelijk ook een aantal ernstige didactische manco's. Vooral bij middelmatige en zwakke leerlingen moeten die wel tot grote problemen leiden.

Didactische gebreken

Kort samengevat luiden die manco's als volgt: er is een groot gebrek aan systematisch opgebouwd oefenmateriaal, en leerlingen worden in verwarring gebracht doordat er bij elk type rekenbewerking allerlei methodes door en naast elkaar worden gepresenteerd. Soms zijn dat alleen maar foefjes waarmee je af en toe bepaalde berekeningen kunt verkorten, maar die geen algemene geldigheid hebben. Ze worden in het moderne jargon 'handig rekenen' genoemd. Voorbeeld: 24×125 reken je uit door 12×250 te nemen of 6×500, en dat kun je uit je hoofd. Leuk en slim, maar bij 26×127 of 29×123 werkt het niet meer. Het is niet moeilijk te bedenken dat een overvloed aan zulke handigheidjes zwakke leerlingen juist in verwarring brengt: iedere som wordt zo immers een totaal nieuw probleem waarvoor in gedachten een heel repertoire aan trucjes afgelopen moet worden. En natuurlijk kiezen leerlingen daarbij vaak niet de handigste, maar eerder een onhandige methode. Of ze bedenken zelf een variant, die dan helaas niet zelden ook nog fout is. Zie voor meer voorbeelden van 'handig rekenen' figuur 1, ontleend aan een didactiekhandleiding voor de pabo. Je kunt je overigens ook nog afvragen welke naarling beginnende leerlingen van groep 4 en groep 5 zulke sommen uit het hoofd laat uitrekenen en

*Dit is de uitgewerkte tekst van een voordracht die de auteur gehouden heeft op 18 januari 2007 tijdens de 25e Panama-conferentie te Noordwijkerhout (Panama staat voor Pedagogische Academie NAscholing Mathematische Activiteiten).

welk doel daarmee wordt gediend.



Getalgevoel: *flexibel structureren*

Weet je nog?

verdubbelen — 2 × 13, 4 × 13, 8 × 13 — *16 × 13 = 208*

ombouwen — 9 × 70 — *18 × 35 = 630*

met een rond getal — 20 × 17 — *19 × 17 = 323*

splitsen — 10 × 24, 2 × 24 — *12 × 24 = 288*

Reken uit op jouw manier.

16 × 13 =	18 × 35 =	19 × 17 =	12 × 24 =
14 × 25 =	12 × 13 =	16 × 31 =	11 × 16 =
8 × 22 =	16 × 21 =	12 × 45 =	15 × 19 =

Uit: *Rekenrijk*, deel 5b, blz. 104

Hier worden vier verschillende aanpakken van vermenigvuldigopgaven getoond in de denkwolkjes. Elk van de opgaven vraagt in feite om een eigen aanpak. Maak alle opgaven en kies bewust voor een aanpak. Weet je zeker dat je de handigste manier hebt gekozen?

Hier zie je vier verschillende rekenaanpakken die je bij het hoofdrekenen goede diensten kunnen bewijzen. Maar je moet ook handig kiezen voor de meest geschikte aanpak in een gegeven situatie.
16 × 13. Vier keer verdubbelen: (13), (2×) 26, (4×) 52, (8×) 104, (16 ×) 208.
14 × 25 (ombouwen) = 7 × 50 = 350
8 × 22 (splitsen) = 160 + 16 = 176 (of drie keer verdubbelen)
18 × 35 = 9 × 70 = 630
12 × 13 = 130 + 26 = 156
19 × 17 = 20 × 17 − 17 = 323
16 × 31 = (62, 124, 248), 496 (of 30 × 16 + 1 × 16)
12 × 45 = 6 × 90 = 540
12 × 24 = 2 × (12 × 12) = 288 (of 240 + 48)
11 × 16 = 160 + 16 = 176
15 × 19 = 300 − 15 = 285.

Figuur 1: *Handig rekenen ([3], blz. 73 en blz. 197). Boven de opgaven, onder de uitwerkingen.*

Andere rekenmethodes in de moderne boekjes werken wél altijd, maar ze zijn dermate onhandig en omslachtig, dat rekenfouten daarbij haast onvermijdelijk zijn. Dat geldt met name voor het zogenaamde 'kolomsgewijs rekenen' – ik zal later uitleggen wat daarmee wordt bedoeld. Nu al zeg ik dat ik het een schandaal vind dat dit soort rekenen in het lesmateriaal terecht is gekomen. Naar mijn mening is 'kolomsgewijs rekenen', naast de overige didactische missers die ik eerst zal behandelen, een van de hoofdoorzaken van het gebrek aan rekenvaardigheid bij de jeugd.

Hardnekkige mythen

Veel van de narigheid is terug te voeren op drie hardnekkige mythen in de rekendidactiek. Je vindt ze in allerlei vormen terug in het rekenmateriaal en in de moderne rekendidactische vakliteratuur. Ik behandel ze stuk voor stuk.

MYTHE 1: Eerst begrijpen, dan oefenen.

Deze mythe kent ook allerlei andere formuleringen. Bijvoorbeeld: *het inoefenen van een vaardigheid kan pas met vrucht gebeuren nadat inzicht in die vaardigheid is* *verkregen*. Of: *let op: leer geen onbegrepen regels uit je hoofd!*. Of: *oefenen zonder inzicht geeft kennis zonder uitzicht*.

Het klinkt allemaal heel aannemelijk, vooral als het op rijm gesteld is, maar het is kletskoek. Leren rekenen gaat namelijk heel anders. Het is eerder het omgekeerde: juist tijdens het oefenen ontstaat geleidelijk steeds meer begrip. Eigenlijk is het de oude wijsheid *oefening baart kunst*, waarbij kunst hier niet alleen rekenvaardigheid, maar ook begrip omvat. Zeker wanneer het oefenen systematisch opgezet is en wordt ingebed in verdiepingsronden zoals hieronder wordt beschreven.

Succesvolle leerprocessen

Succesvolle leerprocessen in het rekenonderwijs doorlopen de volgende fasen:

1. Oriëntering (context, voorbeelden)
2. Oefenen, eerst makkelijk, dan iets moeilijker. Geen contexten!
3. Verdieping met contexten en voorbeelden
4. Meer oefeningen, zonder contexten
5. Verdere verdieping, voorbeelden, contexten, . . .

waarbij de stappen 4 en 5 naar behoefte herhaald kunnen worden. In stap 1 wordt aangehaakt bij datgene wat de leerling al weet en kent. Daarbij hoort een uitleg van de nieuwe methode in de allereenvoudigste gevallen, net genoeg om aan de eerste serie gemakkelijke oefenopgaven te kunnen beginnen. Voor bijles of bijspijkeronderwijs kan fase 1 kort gehouden worden of zelfs achterwege blijven; op school moet aan die fase daarentegen juist veel aandacht worden besteed met allerlei voorbeelden uit de dagelijkse rekenpraktijk. En het moet gezegd worden: juist op dit gebied bevatten de moderne methodes een schat aan aantrekkelijk en effectief materiaal.

Het oefenen in fase 2 zal daarna echter meestal met 'uitgeklede' rekenopgaven gebeuren omdat contexten in dat stadium de aandacht alleen maar afleiden van de essentie. Belangrijk is wel dat die oefenopgaven zeer eenvoudig beginnen en heel geleidelijk moeilijker worden. Zo blijven ook de zwakste leerlingen bij de les, en zo bouwen ook die leerlingen zelfvertrouwen en rekenvaardigheden op.

In fase 3, de eerste verdiepingsfase, kunnen de praktijkvoorbeelden en de contexten weer terugkeren. Je kijkt daarbij terug op wat je geleerd hebt en de docent legt opnieuw uit hoe en waarom de methode werkt. Dat valt dan in vruchtbare aarde, en zo neemt bij de leerlingen geleidelijk het begrip toe. Met de fasen 4 en 5 wordt de methode telkens verder uitgediept.

Als docent moet je niet verbaasd zijn als er tijdens de oefeningen in de fasen 2 en 4 telkens andere leerlingen steeds weer dezelfde vraag stellen, vaak over iets dat je nog geen twee minuten eerder aan de hele klas hebt uitgelegd. Maar toen ging het blijkbaar over de hoofden heen; pas doordat leerlingen zelf sommen hebben geprobeerd, valt het kwartje. Elke goede docent kent zulke ervaringen.

Rijtjes sommen

De tweede mythe gaat over de bekende, en in sommige kringen beruchte rijtjes oefenopgaven.

> *MYTHE 2: Leerlingen vinden rijtjes sommen vreselijk.*

Ook deze mythe is wijdverbreid. De werkelijkheid is echter dat leerlingen graag rijtjes sommen maken, mits die goed en systematisch zijn opgebouwd zodat ze het idee krijgen dat ze echt iets leren. Helaas wordt die mythe ook gevoed door veel van het moderne lesmateriaal. Daarin staan namelijk ook wel rijtjes sommen, maar dan rijtjes waarbij elke opgave weer een nieuwe moeilijkheid of truc bevat. Rijtjes *gelijksoortige* sommen waarbij je een vaardigheid door systematisch oefenen onder de knie krijgt, zijn helaas zeldzaam. Geen wonder dat leerlingen dan een hekel krijgen aan rekenen als ze de kans niet krijgen door oefenen zelfvertrouwen op te bouwen. Laat ze rustig tien sommen maken van hetzelfde type. Het zal steeds vlotter gaan, en als ze na afloop aan de hand van de antwoordenlijst constateren dat ze ze goed hebben, zijn ze buitengewoon tevreden – en terecht. Ze hebben weer wat geleerd!

Mythe 1 en mythe 2 hebben ertoe geleid dat systematisch oefenen de laatste tijd in het verdomhoekje terecht is gekomen. Er is zelfs een aparte, kleinerende didactische vakterm voor bedacht: *cijferen*. Bij cijferen gaat het volgens de bedenkers van die term alleen maar om het mechanisch uitvoeren van recepten, waarbij je niet met getallen, maar alleen maar zonder begrip met losse cijfers werkt, als een soort rekenmachine van vlees en bloed. De achterliggende gedachte is vaak ook dat dit een minderwaardige activiteit is ('zo traint men aapjes'), en in elk geval niet nodig wanneer je maar goed begrijpt wat getallen en getallenrelaties 'eigenlijk' zijn. Dat leerlingen op die manier aantoonbaar niet leren rekenen, wordt achteloos terzijde geschoven. Ook is het betreurenswaardig dat leerlingen door de aparte term 'cijferen' ten onrechte de indruk krijgen dat er een tegenstelling zou bestaan tussen rekenen en cijferen. Als ik het voor het zeggen had, zou de term cijferen onmiddellijk uit het rekenonderwijs verdwijnen. Ook het vreselijke woord 'gecijferdheid' wordt alleen maar door rekendidactici gebruikt. Waarom niet gewoon spreken over rekenvaardigheid, want daar gaat het toch om?

Verschillende oplossingsstrategieën

De derde mythe is zonder twijfel de meest schadelijke. Ze luidt:

> *MYTHE 3: Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.*

Tientallen bladzijden in het moderne rekenlesmateriaal worden gevuld met handigheidjes, foefjes, trucs en hap-snapmethodes die alleen in heel speciale gevallen vlot werken. Voor de beginner en voor de gevorderde matige of zwakke leerling is dit 'handige rekenen' rampzalig.

In feite is er voor elk type rekenbewerking één beproefd, eenvoudig en altijd werkend rekenrecept. Alle aandacht moet gericht zijn op het stap-voor-stap aanleren van die standaardrecepten. Het zijn er precies twaalf, namelijk voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van achtereenvolgens natuurlijke getallen, kommagetallen (zo heten decimale breuken op school) en breuken. De recepten voor kommagetallen zijn daarbij in wezen gelijk aan de recepten voor natuurlijke getallen, dus eigenlijk gaat het maar om acht verschillende recepten. Al het verdere rekenonderwijs kan aan deze kapstok worden opgehangen.

Het is treurig dat leerlingen van de basisschool komen zonder dat zij deze twaalf (of eigenlijk dus maar acht) recepten door en door beheersen. Overigens, ook het middelbaar onderwijs treft blaam, want daar worden deze vaardigheden vaak niet bijgehouden of bijgespijkerd. Liever wordt ongestraft toegelaten dat leerlingen naar de rekenmachine grijpen om bijvoorbeeld 7×8 uit te rekenen (zie ook figuur 2).

Ik haast me er bij te zeggen dat er gelukkig ook steeds meer scholen in het voortgezet onderwijs zijn waarbij de wiskundesectie wèl aandacht aan rekenen is gaan besteden. Daar wordt met kale rijtjes oefensommen gerepareerd wat er op de basisschool verwaarloosd is, net zoals op hbo en universiteit via extra wiskundecursussen ontbrekende havo- en vwo-stof bijgespijkerd wordt. Betreurenswaardig, maar helaas nog steeds noodzakelijk.


IK@NRC.NL

Optellen

Ik ontwikkel lesmateriaal voor de hoogste klassen van het voortgezet onderwijs, over de werking en de opbouw van computers.

Een commissie, bestaande uit vwo-docenten, heeft dit werk beoordeeld. In het beoordelingsrapport staat dat het lesboek op sommige plaatsen verduidelijking behoeft: 'Een voorbeeld is de uitleg van de werking van de optelschakeling. De auteur veronderstelt dat leerlingen in staat zijn om handmatig twee decimale getallen bij elkaar op te tellen. Dergelijke handvaardigheid kan heden ten dage niet meer van Tweede Faseleerlingen worden verwacht.'

BEN BRUIDEGOM

Figuur 2: *Hoe diep kun je zinken? (NRC Handelsblad, 17 januari 2007)*

Rekenen van opa

Ik heb het hierboven al gehad over 'kolomsgewijs rekenen', een moderne didactiekterm waarmee een aantal 'nieuwe' methodes voor optellen, aftrekken en vermenigvuldigen wordt aangeduid. Dat de onhandigheden van die methodes in de rekenboekjes niet eens zo evident worden, komt doordat kolomsgewijs rekenen daar alleen maar uitgelegd wordt voor getallen van twee of hoogstens drie cijfers.

Wanneer je laat zien hoe omslachtig zulke methodes worden bij grotere getallen, zeggen de verdedigers ervan dat de leerlingen dan maar op het 'traditionele' rekenen moeten overstappen. Of een rekenmachine moeten nemen. Maar dat staat lang niet altijd in de boekjes: daar wordt kolomsgewijs rekenen vaak als een volwaardige methode gepresenteerd. Vaak zelfs als beter ('inzichtelijker') dan de traditionele methode, die dan als het 'rekenen van opa' wordt afgedaan. Maar ook als het wèl gepresenteerd wordt als opstapje naar 'cijferend rekenen', krijgt kolomsgewijs rekenen het volle licht van de schijnwerpers terwijl de traditionele methodes haast nergens meer fatsoenlijk worden uitgelegd. We lezen bijvoorbeeld in [1]: 'Omdat het cijferend rekenen binnen het basisschoolprogramma een minder grote aandacht zal krijgen en meer het *kolomsgewijs rekenen* centraal gaat staan, zal eerst dit onderdeel geoefend worden' (blz. 23). Vervolgens wordt het 'rekenen van opa' gemakshalve maar helemaal niet meer behandeld.

Bij het **kolomsgewijs optellen en aftrekken** werk je van *links naar rechts* en kijk je steeds naar de betekenis van de cijfers in de kolommen. Je laat de getallen in hun waarde.
Voor het aftrekken werk je met **tekorten** in de kolommen, als dat nodig is.

Voorbeeld 1

Kolomsgewijs optellen		**Kolomsgewijs aftrekken**	
386		803	
673		261	
900	*(= 300 + 600)*	*600*	*(= 800 – 200)*
150	(= 80 + 70)	–60	(0 – 60 = 60 tekort)
9	(= 6 + 3)	2	(= 3 – 1)
1059		542	

Figuur 3: *Kolomsgewijs optellen en aftrekken ([4], blz. 72).*

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

Bij het kolomsgewijs optellen en aftrekken werk je van links naar rechts. Zie figuur 3, ontleend aan [4], een recent boek dat toekomstige pabo-studenten moet voorbereiden op de rekentoets. Bij het optellen van getallen van drie cijfers tel je dus eerst de hondertallen, dan de tientallen en dan de eenheden op. Natuurlijk is dat niet fout, maar het is wel ontzettend onhandig bij grotere aantallen en grotere getallen (zie figuur 5 op bladzijde 7, linkerkolom).

Werkelijk van de zotte is kolomsgewijs aftrekken (figuur 3, rechts), want daar moet je dan eigenlijk al met negatieve getallen gaan rekenen ('tekort'). Let wel, dit wordt thans op de basisscholen gedaan met kinderen die nog helemaal nooit eerder met aftreksommen te maken hebben gehad! Ook daar toont een simpel voorbeeld met iets grotere getallen de absurditeit van de 'methode' afdoende aan (figuur 5, midden).

Kolomsgewijs vermenigvuldigen

Maar het kan nog erger: kolomsgewijs vermenigvuldigen (zie figuur 4). In het gegeven voorbeeld wordt de optelling gemakshalve maar even 'op de manier van opa' gedaan. Hoe het gaat als je het wél kolomsgewijs doet, laat figuur 5 (rechts) zien; ik moet eerlijk bekennen dat ook ik daarbij de beker niet tot de bodem geleegd heb. Eigenlijk hadden er aan het eind nog een paar 'kolomsgewijze tussenstappen' gezet moeten worden.

En dan te bedenken dat het hele idee van 'rekenen van links naar rechts' als een 'inzichtelijke' en 'natuurlijke' rekenwijze eigenlijk op een historisch misverstand berust. We hebben onze decimale notatiewijze te danken aan de arabieren (die het weer van de Indiërs hebben geleerd), en het arabische schrift loopt van rechts naar links. Je moet 584 dus niet lezen als $5 \times 100 + 8 \times 10 + 4$

Voor het **kolomsgewijze vermenigvuldigen** ga je uit van de vier deelproducten van (30 + 7) × (30 + 8), beginnend met de grootste waarde (van links af). Daarna tel je weer op. Dit kan ook van rechts naar links.

Van links naar rechts		Van rechts naar links	
38		38	
37 ×		37 ×	
900	(30 × 30)	56	(7 × 8)
240	(30 × 8)	210	(7 × 30)
210	(7 × 30)	240	(30 × 8)
56 +	(7 × 8)	900 ×	(30 × 30)
1406		1406	

Figuur 4: *Kolomsgewijs vermenigvuldigen ([4], blz. 74).*

maar als $4 + 8 \times 10 + 5 \times 100$. Eerst de eenheden, dan de tientallen, dan de honderdtallen, enzovoort. Zouden we de decimale getallen net als ons eigen schrift van links naar rechts hebben genoteerd, dan was niemand waarschijnlijk op het onzalige idee van het 'kolomsgewijs rekenen' gekomen.

$$
\begin{array}{rl}
78,12 & \\
13,34 & \\
142,57 & \\
92,63 & \\
104,89 & \\
\hline
 & + \\
200,00 & \\
210,00 & \\
19,00 & \\
2,30 & \\
0,25 & \\
\hline
 & + \\
400,00 & \\
20,00 & \\
11,00 & \\
0,50 & \\
0,05 & \\
\hline
 & + \\
431,55 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
413,92 & \\
376,75 & \\
\hline
 & - \\
100,00 & \\
60,00 & \text{tekort} \\
3,00 & \text{tekort} \\
0,20 & \\
0,03 & \text{tekort} \\
\hline
40,00 & \\
3,00 & \text{tekort} \\
0,20 & \\
0,03 & \text{tekort} \\
\hline
37,00 & \\
0,20 & \\
0,03 & \text{tekort} \\
\hline
37,20 & \\
0,03 & \text{tekort} \\
\hline
37,17 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
345 & \\
729 & \\
\hline
 & \times \\
210000 & \\
28000 & \\
3500 & \\
6000 & \\
800 & \\
100 & \\
2700 & \\
360 & \\
45 & \\
\hline
 & + \\
200000 & \\
30000 & \\
19000 & \\
2400 & \\
100 & \\
5 & \\
\hline
 & + \\
251505 &
\end{array}
$$

Figuur 5: *Kolomsgewijs optellen, aftrekken en vermenigvuldigen met iets grotere getallen. Bij het optellen en aftrekken kun je bijvoorbeeld aan geldbedragen denken.*

Delen

Het is al vaak in de media gezegd: de kinderen weten niet meer wat een staartdeling is. Inderdaad krijgt die op school tegenwoordig maar weinig, of zelfs helemaal geen aandacht. In plaats daarvan wordt de 'hapmethode' gepropageerd. Die komt er eigenlijk op neer dat de leerling maar wat doet: telkens happen nemen van het deeltal totdat er een rest overblijft die kleiner is dan de

Delen door herhaald aftrekken

431 : 12	
120	10 × 12
311	
120	10 × 12
191	
120	10 × 12
71	
60	5 × 12
11	35 × 12, rest 11

431 : 12	
360	30 × 12
71	
60	5 × 12
11	
	35 × 12, rest 11

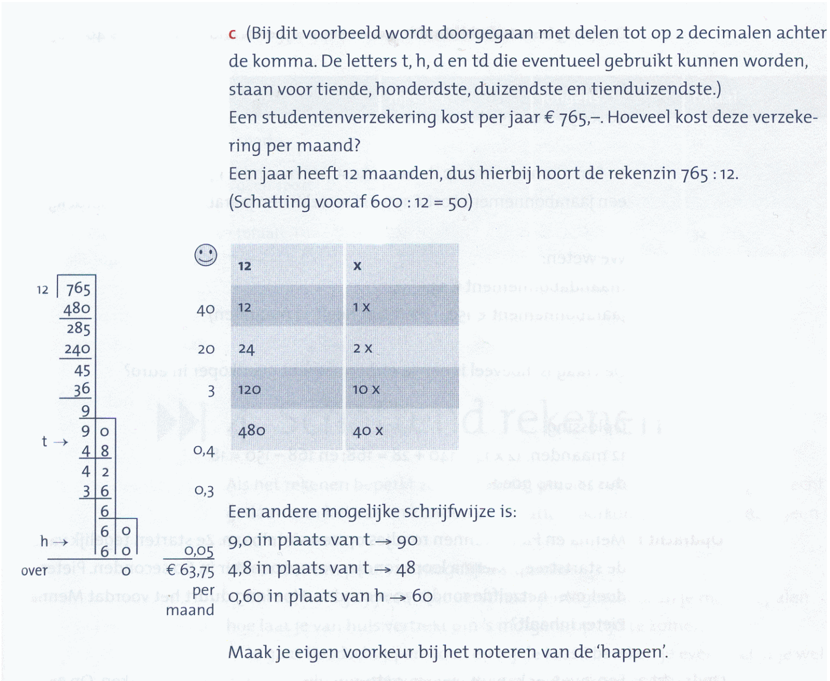
Figuur 6: *De 'hapmethode' voor delen ([4], blz. 76).*

deler. Figuur 6 en figuur 7 (bladzijde 9) laten er voorbeelden van zien. Gelukkig worden daar de tussenresultaten niet met 'kolomsgewijs aftrekken' berekend. Je moet er niet aan denken dat dit wel zou gebeuren.

Ook bij de hapmethode is het argument weer dat leerlingen dan zouden begrijpen wat ze doen, terwijl dat bij de staartdeling niet het geval zou zijn. Of dat werkelijk waar is, is echter nooit onderzocht. Erger is natuurlijk dat de hapmethode weer uitnodigt tot onhandig en omslachtig rekenen, juist omdat het geen systematische methode is. En is de staartdeling niet gewoon de meest efficiënte hapmethode? Waarom zouden we die dan niet aan de leerlingen leren? In [2], op de bladzijden 42 en 43, kun je aan de hand van een erfenisverdeling zien waarom de staartdeling werkt, en hoe die werkt. Er is niets raadselachtigs of onnatuurlijks aan. Maar ook hier geldt weer: je leert en begrijpt het recept pas volledig als je er veel mee hebt geoefend. Juist omdat staartdelen ongetwijfeld het lastigste rekenrecept is, moet er heel veel mee geoefend worden, wil je het onder de knie krijgen. Leerlingen zijn dus gebaat bij een voorzichtige, didactisch verantwoorde, stapsgewijze opbouw. Niet bij een alternatief waarbij ze aangemoedigd worden maar wat aan te rommelen ('Maak je eigen voorkeur bij het noteren van de happen.')

Breuken

Ook over de manier waarop in de tegenwoordige rekenboekjes het rekenen met breuken wordt behandeld, is nog veel te zeggen. Ook daar weer veel verwarring en een overvloed aan onhandigheden, vooral bij het vermenigvuldigen en delen van breuken. De lezer kan er zelf bijvoorbeeld [4] op naslaan (blz. 52-62) of [1] (blz. 89-155) of [3] (blz. 124). Wel veel verhalen over chocoladerepen, schaaltjes en maatbekers, maar opa's rekenregel *delen door een breuk is vermenigvuldigen met de omgekeerde breuk* zul je er tevergeefs zoeken. Ik laat het hier verder maar rusten; in [2] kun je zien hoe het volgens mij wél moet (het gedeelte over breuken daaruit staat ook integraal op mijn homepage `www.science.uva.nl/~craats`).



c (Bij dit voorbeeld wordt doorgegaan met delen tot op 2 decimalen achter de komma. De letters t, h, d en td die eventueel gebruikt kunnen worden, staan voor tiende, honderdste, duizendste en tienduizendste.)
Een studentenverzekering kost per jaar € 765,–. Hoeveel kost deze verzekering per maand?
Een jaar heeft 12 maanden, dus hierbij hoort de rekenzin 765 : 12.
(Schatting vooraf 600 : 12 = 50)

12	x
12	1 x
24	2 x
120	10 x
480	40 x

Een andere mogelijke schrijfwijze is:
9,0 in plaats van t → 90
4,8 in plaats van t → 48
0,60 in plaats van h → 60

Maak je eigen voorkeur bij het noteren van de 'happen'.

Figuur 7: *Nog een voorbeeld van de 'hapmethode' voor delen ([1], blz. 29).*

Hoe leren Sanne en Daan weer rekenen?

Intussen zal wel duidelijk zijn wat er moet gebeuren om ervoor te zorgen dat Sanne en Daan (en hun meesters en juffen) weer leren rekenen:

- Herstel *systematisch oefenen* in ere.
- Eén methode per bewerking (de methode van opa)!
- Doe 'handig rekenen' de deur uit.
- Verbied 'kolomsgewijs rekenen'!
- . . . en noem cijferen weer gewoon rekenen.

Dankbetuiging: de auteur dankt Rob en Marisca Milikowski voor hun bijdragen aan de totstandkoming van dit artikel.

Literatuur

[1] Jos van den Bergh, Petra van den Brom-Snijders, Marijke Creusen, Jan Haarsma, *Rekenwijzer*, ThiemeMeulenhof, Utrecht/Zutphen, 2005, ISBN 90-06-95503-5
[2] Jan van de Craats, Rob Bosch, *Basisboek rekenen*, Pearson Education, Amsterdam, 2007, ISBN 978-90-430-1394-9

[3] Fred Goffree, Wil Oonk, *Reken Vaardig – Op weg naar basale en professionele gecijferdheid*, Wolters-Noordhoff, Groningen/Houten, 2004, ISBN 90-01-21508-4
[4] Ed de Moor, Willem Uittenbogaard, Sieb Kemme (eindredactie), *Basisvaardigheden rekenen voor de pabo*, Wolters-Noordhoff, Groningen/Houten, 2006, ISBN 90-01-85014-6

Prof.dr. J. van de Craats is hoogleraar wiskunde en maatschappij aan de Universiteit van Amsterdam en hoogleraar didactiek van de wiskunde aan de Open Universiteit Nederland.

Adres van de auteur: Universiteit van Amsterdam
Korteweg - De Vries Instituut voor Wiskunde
Plantage Muidergracht 24, 1018 TV Amsterdam
email: `craats@science.uva.nl`
homepage: `www.science.uva.nl/~craats`