

Jan van de Craats

# **STUDIESTEUN**

bij

**Basisboek Wiskunde**

**Tweede editie**

---

**Basisboek wiskunde, Tweede editie**

door Jan van de Craats en Rob Bosch, ISBN 978-90-430-1673-5,  
is een uitgave van

Pearson Benelux,  
Postbus 75598, 1070 AN Amsterdam  
Website: <http://www.pearson.nl>

Homepage Jan van de Craats:

<http://staff.science.uva.nl/~craats/>.

Hier kan deze *StuDiesteun* worden bekeken en gedownload (pdf).

Laatste wijzigingen: 3 februari 2013

Copyright © 2012 Jan van de Craats

## Gebruik deze Studiesteun zo weinig mogelijk!

Eigenlijk zou deze *Studiesteun* overbodig moeten zijn. *Basisboek wiskunde* is een oefenboek dat helemaal zelfstandig kan worden doorgewerkt. De opgaven staan op de linkerbladzijden, de uitleg op de rechterbladzijden en de antwoorden van alle opgaven staan achterin.

Van verschillende zijden is gevraagd of er naast de antwoorden ook volledige uitwerkingen van de opgaven beschikbaar kunnen worden gesteld. Rob Bosch en ik hebben ons daar altijd tegen verzet omdat je dan gemakkelijk in de verleiding komt om te snel naar de uitwerkingen te kijken. En dan leer je niets. Bovendien zijn er vaak verschillende oplossingen mogelijk. Niet altijd zal de gegeven uitwerking overeenkomen met de uitwerking die je zelf hebt gevonden, en die toch ook goed kan zijn. Veel beter is het om zelf de som te maken en je uitwerking te vergelijken met het antwoord achterin.

Met deze *Studiesteun* doe ik echter een handreiking door van een klein aantal opgaven toch een volledige uitwerking te geven. De keuze van de opgaven waarvoor ik zo'n uitwerking geef, licht ik bladzijde 1 nader toe.

Commentaar op deze *Studiesteun* (en op *Basisboek wiskunde*) is welkom op het e-mailadres dat op mijn homepage te vinden is.

Jan van de Craats

## Voorbeelduitwerkingen

De meeste opgaven uit *Basisboek wiskunde* staan in rijtjes van vijf gelijksoortige sommen. Ik zal in deze *Studiesteun* in een aantal gevallen een uitwerking geven van de *eerste* som van zo'n rijtje. Echter, als je vrijwel zonder tussenschappen direct het antwoord kunt vinden, geef ik geen uitwerking. Evenmin geef ik een uitwerking als er bij de antwoorden achterin *Basisboek wiskunde* al extra aanwijzingen zijn opgenomen.

Loop je toch bij de eerste som van een rijtje opgaven vast, dan kun je de *Studiesteun* raadplegen. Het devies blijft echter: maak hiervan zo weinig mogelijk gebruik en probeer alle opgaven eerst zelf op te lossen. Op de rechterbladzijden staan altijd genoeg aanwijzingen. Gebruik die, want dan leer je het meest! En nog een tip: de opgaven zijn per hoofdstuk meestal naar opklimmende moeilijkheidsgraad gerangschikt. Het helpt soms om nog eens naar eerdere opgaven te kijken. Is een onderwerp nieuw voor je, of ben je vergeten hoe het ook al weer zat, maak dan *alle* opgaven en controleer je antwoorden. De sommen zijn zo gerangschikt dat je stapje voor stapje steeds meer leert. Sla de stapjes over, dan loop je gegarandeerd vast!

In het voortgezet onderwijs wordt bij de wiskunde vaak een grafische rekenmachine gebruikt. Op het internet is echter een grote verscheidenheid aan gratis wiskunde-software aanwezig die in veel opzichten superieur is. Een goed voorbeeld daarvan is *Wolfram Alpha*, een gratis zoekmachine die ook een uitgebreid wiskundepakket bevat. Op bladzijde 5 leg ik uit wat Wolfram Alpha precies is en hoe je dit pakket kunt gebruiken. Maar ook daarvoor geldt: gebruik dit hulpmiddel met overleg. Het kan je inzicht vergroten, maar op zichzelf leer je van knoppendrukken geen wiskunde.

---

## I Getallen

### 3. Machten en wortels

$$3.48.a \quad \sqrt[2]{2} \times \sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$$

$$3.49.a \quad \sqrt[2]{7} \times \sqrt[3]{49} = 7^{\frac{1}{2}} \times 49^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{2}} \times 7^{\frac{2}{3}} = 7^{\frac{7}{6}} = 7\sqrt[6]{7}$$

$$3.50.a \quad \sqrt[2]{2} : \sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$$

## II Algebra

### 6. Breuken met letters

$$6.5.a \quad \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-2b} = \frac{a(a-2b) - b(a-b)}{(a-b)(a-2b)} = \frac{a^2 - 2ab - ab + b^2}{a^2 - 2ab - ab + 2b^2} \\ = \frac{a^2 - 3ab + b^2}{a^2 - 3ab + 2b^2}$$

$$6.6.a \quad \frac{a+b}{a-c} - \frac{a-b}{a+c} = \frac{(a+b)(a+c) - (a-b)(a-c)}{(a-c)(a+c)} \\ = \frac{a^2 + ac + ab + bc - a^2 + ac + ab - bc}{a^2 - c^2} = \frac{2ab + 2ac}{a^2 - c^2}$$

## III Getallenrijen

### 8. Rijen en limieten

$$8.21.a \quad \text{Dominante term: } 3^n, \text{ dus} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2/3)^n + 1/3^n}{1 + 1/3^n} = \frac{0}{1} = 0$$

$$8.22.a \quad \text{Dominante term: } 3^n, \text{ dus} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3^n}{n^3 + 3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3/3^n - 1}{n^3/3^n + 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$8.23.a \quad \text{Dominante term: } 3^n, \text{ dus} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + \sqrt[3]{n}}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3/3^n + n^{\frac{1}{3}}/3^n}{1} = \frac{0}{1} = 0$$

$$8.24.a \quad 0.9999 = \frac{9999}{10000} \text{ dus} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} n^{10} 0.9999^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{10}}{\left(\frac{10000}{9999}\right)^n} = 0$$

---

## IV Vergelijkingen

### 9. Eerstegraadsvergelijkingen

9.28.a Uit de vergelijking  $(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$  volgt  
 $x + 1 = 2x - 1$  of  $x + 1 = -(2x - 1)$ . Dit geeft  $x = 2$  of  $x = 0$ .

### 10. Tweedegraadsvergelijkingen

10.25.a  $x(1 - x) = -2$  uitwerken en sorteren geeft  
 $x^2 - x - 2 = 0$  met als oplossingen  $x = 2$  en  $x = -1$

10.26.a  $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 5$  uitwerken en sorteren geeft  
 $x^4 - 5x^2 - 1 = 0$  met als oplossingen  $x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$ .  
Alleen het plusteken geeft een positief rechterlid, dus  
 $x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{29}}$

## V Meetkunde

In dit deel zijn de toelichtingen op de rechterbladzijden altijd zo, dat de opgaven er zonder extra tussenstappen mee op te lossen zijn. Volg gewoon de aanwijzingen en de voorbeelden. Raadpleeg zonnodig ook de antwoorden achterin *Basisboek wiskunde* en gebruik Wolfram Alpha desgewenst om meer inzicht te krijgen.

## VI Functies

### 16. Functies en grafieken

16.21.a De grafiek van  $f(x) = x^2 + px + 1$  is een dalparabool die geen snijpunten met de  $x$ -as heeft als de vergelijking  $x^2 + px + 1 = 0$  geen oplossingen heeft. Dit is het geval als de discriminant  $D = p^2 - 4$  negatief is, dus als  $-2 < p < 2$  is.

16.22.a De grafiek van  $f(x) = x^2 + 2px - 1$  is een dalparabool die twee verschillende snijpunten met de  $x$ -as heeft als  $x^2 + 2px - 1 = 0$  twee verschillende oplossingen heeft. Dit is het geval als de discriminant  $D = 4p^2 + 4$  positief is, en dat geldt voor alle  $p$ .

### 18. Exponentiële functies en logaritmen

18.9.a  ${}^2\log \frac{1}{4} = {}^2\log 2^{-2} = -2$

18.10.a  ${}^5\log 8 + {}^5\log 4 = {}^5\log 32 = {}^5\log 2^5 = 5 {}^5\log 2$

---

## VII Calculus

### 21. Differentiëren

$$\begin{aligned} 20.17.a \quad \left(\frac{\sqrt{x}}{x-1}\right)' &= \left(\frac{x^{1/2}}{x-1}\right)' = \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}(x-1) - x^{1/2}}{(x-1)^2} = \frac{x-1-2x}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \\ &= \frac{-1-x}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20.18.a \quad \left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)' &= \frac{\cos x(1+\cos x) - \sin x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2} \\ &= \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2} = \frac{\cos x + 1}{(1+\cos x)^2} = \frac{1}{1+\cos x} \end{aligned}$$

### 21. Differentialen en integralen

$$\begin{aligned} 21.23.a \quad \int_0^2 2^x dx &= \int_0^2 (e^{\ln 2})^x dx = \int_0^2 e^{x \ln 2} dx = \frac{1}{\ln 2} [e^{x \ln 2}]_0^2 \\ &= \frac{1}{\ln 2} [2^x]_0^2 = \frac{3}{\ln 2} \end{aligned}$$

### 22. Integratietechnieken

$$\begin{aligned} 22.4.a \quad \int_0^\pi \sin^5 x dx &= -\int_0^\pi \sin^4 x d(\cos x) = -\int_0^\pi (1 - \cos^2 x)^2 d(\cos x) \\ &= \int_0^\pi (-1 + 2\cos^2 x - \cos^4 x)^2 d(\cos x) = [-\cos x + \frac{2}{3}\cos^3 x - \frac{1}{5}\cos^5 x]_0^\pi \\ &= 2 - \frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{16}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22.8.a \quad \int_1^2 x\sqrt[3]{x-1} dx. & \text{ Stel } y = \sqrt[3]{x-1} \text{ dus } x = y^3 + 1 \text{ en } dx = 3y^2 dy. \\ \int_{x=1}^{x=2} x\sqrt[3]{x-1} dx &= \int_{y=0}^{y=1} (y^3 + 1)y \cdot 3y^2 dy = \int_{y=0}^{y=1} (3y^6 + 3y^3) dy \\ &= \left[\frac{3}{7}y^7 + \frac{3}{4}y^4\right]_0^1 = \frac{33}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22.9.a \quad \int_{-\pi}^0 x \cos x dx &= \int_{-\pi}^0 x d(\sin x) = [x \sin x]_{-\pi}^0 - \int_{-\pi}^0 \sin x dx = \\ &= 0 + [\cos x]_{-\pi}^0 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22.18.a \quad \int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx &= \int_{y=0}^{y=\infty} \frac{y}{e^{2y}} d(e^y) = \int_{y=0}^{y=\infty} y e^{-y} dy \\ &= -\int_{y=0}^{y=\infty} y d(e^{-y}) = [-y e^{-y}]_0^\infty + \int_{y=0}^{y=\infty} e^{-y} dy = 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

## Wolfram Alpha

Nog steeds worden leerlingen in het Nederlandse voortgezet onderwijs verplicht om voor de wiskundelessen een grafische rekenmachine aan te schaffen. Zo'n apparaat is duur, zeer beperkt in zijn mogelijkheden en verre van gebruiksvriendelijk. Buiten het voortgezet onderwijs worden grafische rekenmachines nergens gebruikt.

Het wordt tijd om de grafische rekenmachine de deur uit te doen en over te stappen op gratis software die op het internet beschikbaar is. Software waarvoor je alleen maar een browser nodig hebt, die echt gebruiksvriendelijk is, en die resultaten geeft die ook op het punt van lay-out, typografie en grafische mogelijkheden superieur is. Surf hiervoor naar

<http://www.wolframalpha.com>

### Wat is Wolfram Alpha?

Wolfram Alpha (WA) is een zoekmachine die onder meer een interactief wiskundepakket bevat. Hoewel dat laatste gebaseerd is op het computeralgebrapakket *Mathematica*, is er geen verplichte, grammaticaal correcte manier om vragen in te voeren: WA preciseert zelf de vraagstelling, en doet dat meestal prima. Ook is er een uitgebreide lijst van voorbeelden beschikbaar op allerlei gebieden, ook de wiskunde: Klik in het startvenster onder de commandoregel op *Examples*, klik door naar *Mathematics* of klik door naar een van de wiskundige deelgebieden, bijvoorbeeld *Numbers*, *Plotting* of *Calculus*.

Ook op het gebied van de kansrekening en de statistiek kent WA een uitgebreid repertoire aan bruikbare commando's. Zie voor voorbeelden hiervan weer de knop *Examples* en klik door naar de rubriek *Statistics & Data Analysis*.

De mogelijkheden van WA zijn indrukwekkend. Een nadeel is dat je soms meer resultaten krijgt dan je misschien zou willen. Maar het grote voordeel is dat iedereen er direct mee aan de slag kan en dat de site naar alle waarschijnlijkheid alleen maar beter zal worden. Voor slechts een paar euro kun je WA ook als *app* op je *smartphone* downloaden.



---

## Wiskundevoorbeelden in Wolfram Alpha

Hieronder geef ik voor *Basisboek wiskunde* per hoofdstuk voorbeelden van WA commando's die je kunt gebruiken. Kopieer zo'n commando in de commandoregel in WA en klik op het gelijktteken. Je zult zien dat WA dan antwoorden geeft, vaak in meerdere vormen en varianten. Soms is er ook de mogelijkheid om tussenresultaten te tonen (met de knop *show steps*). Opvallend is de hoge kwaliteit van de output van WA, zowel in typografisch opzicht (professionele lay-out) als in grafisch opzicht (fraaie grafieken).

WA geeft je veel mogelijkheden om zelf verder te experimenteren, bijvoorbeeld door commando's te variëren en aan te vullen. Bedenk echter dat je door op knoppen te drukken en een machine het werk te laten doen, zelf geen wiskunde leert. Gebruik WA dus in de eerste plaats als aanvulling bij de theorie en als inspiratiebron.

### 1: Rekenen met gehele getallen

Staartdelen:	<code>78620 / 307</code>
Ontbinden in priemfactoren:	<code>factor 2012</code>
Vind alle delers:	<code>factor 2012</code>
Grootste gemene deler:	<code>gcd(1024,8640)</code>
Kleinste gemene veelvoud:	<code>lcm(1024,8640)</code>

Bij de staartdeling (toegankelijk via *show steps*) valt op dat de "Amerikaanse" notatie, waarbij het quotient *boven* het deeltal wordt opgebouwd met de juiste cijfers op de juiste plaats, duidelijker is dan de Nederlandse notatie. Ook is de kans op fouten daarbij kleiner.

### 2: Rekenen met breuken

Optellen en aftrekken:	<code>(2/45) + (4/21)</code>
Vermenigvuldigen:	<code>(8/9) * (3/4)</code>
Delen:	<code>(6/5) / (10/9)</code>

### 3: Machten en wortels

(Vierkants)wortels:	<code>sqrt(675)</code>
Hogeremachtswortels:	<code>675^(1/3)</code>

### 4: Rekenen met letters

Haakjes uitwerken:	<code>expand(3a(a+5)^2)</code>
Buiten haakjes brengen:	<code>factor(3a^3b^2+ 6a^2b)</code>

---

## 5: Merkwaardige producten

Haakjes uitwerken: `expand((11a+2)^2)`  
Buiten haakjes brengen: `factor(a^4 - 81b^4c^4)`

## 6: Breuken met letters

Onder één noemer brengen: `simplify((1/(a-3))+1/(a+3))`  
Vereenvoudigen: `simplify((4a-2)/(2a^2-a))`

## 7: Faculteiten en binomiaalcoëfficiënten

Binomiaalcoëfficiënten: `binomial(7,4)`  
Sigma-notatie: `sum(binomial(8,k), k=0..8)`  
Sigma-notatie: `sum(j + 1/j, j=1..3)`

## 8: Rijen en limieten

Rekenkundige rij: `table 3+5n, for n=3 to 12`  
Som rekenkundige rij: `sum(100k+10, k=-2..22)`  
Meetkundige rij: `table 3^n, for n = 0 to 10`  
Som eindige meetkundige rij: `sum(7 (1/10^k), k=0..10)`  
Som oneindige meetkundige rij: `sum(7 (1/10^k), k=0..infinity)`  
Limieten: `lim (n+1)/n as n -> infinity`  
Limieten: `lim (n^3)/(3^n) as n -> infinity`  
Limieten: `lim (n!)/(n^n) as n -> infinity`

## 9: Eerstegraadsvergelijkingen

Eerstegraadsvergelijking:  $4x + 12 = 9 + 2x$   
Eerstegraadsongelijkheid:  $4x + 12 < 9 + 2x$   
Eerstegraadsongelijkheden:  $-6 < -4x + 2 \leq 4$   
Gecompleceerdere vergelijkingen:  $(x+2)^2 = 4x^2$

## 10: Tweedegraadsvergelijkingen

Tweedegraadsvergelijking:  $3x^2 + 5x + 1 = 0$

---

### 11: Stelsels eerstegraadsvergelijkingen

(2 × 2)-stelsel: solve  $2x - 4y = 3$ ,  $4x - 2y = 3$

(3 × 3)-stelsel: solve  $2x - 4y + z = 3$ ,  $3x - 2y - 4z = 5$ ,  $x + y + 2z = 2$

### 12: Lijnen in het vlak

Lijn:  $3x + 7y = 2$

Halfvlak:  $3x + 7y < 2$

Lijn door twee punten: line through (1,2) and (3,5)

### 13: Afstanden en hoeken

Afstand van twee punten: distance between (1,2) and (3,5)

Inproduct:  $(1,2) \cdot (-3,1)$

Hoek tussen vectoren:  $\text{vectorangle}((1,2), (3,7))$

### 14: Cirkels

Cirkel: circle center (2,1) radius 4

Snijpunten van cirkel en lijn: solve  $x^2 + y^2 = 4x + 5$ ,  $x + y = 1$

Snijpunten van twee cirkels: solve  $x^2 + y^2 = 4x - 2y + 3$ ,  $x^2 + y^2 = 9$

### 15: Meetkunde in de ruimte

Afstand van twee punten: distance between (1,2,0) and (3,5,-1)

Inproduct:  $(1,2,0) \cdot (-3,5,-1)$

Hoek tussen vectoren:  $\text{vectorangle}((1,2,0), (-3,5,-1))$

Bol: sphere center (2,1,-3) radius 4

### 16: Functies en grafieken

Lineaire functie: plot  $3x - 2$

Tweedegraadsfunctie: plot  $x^2 + 3x - 2$

Twee grafieken: plot  $x^2 + 3x - 2$ ,  $4x + 1$  from  $x = -5$  to 5  
(met gespecificeerd domein)

Gebroken lineaire functie: plot  $(2x - 1) / (3x + 2)$

Wortelfunctie: real plot  $\sqrt{1-x}$

Wortelfunctie: real plot  $(2x+3)^{1/3}$

---

Absolute-waardefunctie: `plot |3x - 2|`  
 Polynoomfunctie: `plot x^5 - 5 x^3 - x^2 + 4x + 2`  
 Factorstelling: `(x^3 + 1) / (x+1)`  
 Delen van polynomen: `(x^3 + 1) / (x+2)`  
 (Kijk onder de plot naar *quotient and remainder* en druk op *show steps* om de staartdeling te zien.)  
 Rationale functie: `plot (x^3 + 1) / (x^3 - 4x) from x = -3 to 3`

De specificatie `real plot` bij de wortelfuncties voorkomt dat er ook grafieken verschijnen die kennis van complexe getallen en complexe functies veronderstellen. Voor  $n$ -demachtswortels worden dan echter alleen de niet-negatieve waarden gegeven, ook als  $n$  oneven is.

### 17: Goniometrie

Radialen naar graden: `convert (5/6)pi to degrees`  
 Graden naar radialen: `convert 135 degrees to radians`  
 Goniometrische functies: `tan (5/6)pi`  
 Goniometrische functies: `sin (150 deg)`  
 Inverse gon. functies: `arctan (-1)`  
 Inverse gon. functies: `arccos (sqrt(3)/2)`  
 Grafiek: `plot tan (5x)`  
 Grafiek: `plot sin (pi x)`  
 Grafiek: `real plot arccos (5/3 x)`  
 Limiet: `lim (1 - cos x)/x^2, as x to 0`  
 Limiet: `lim x sin (1/x), as x to infinity`  
 Limiet: `lim (arctan(x-1))/(x-1), as x to 1`

### 18: Exponentiële functies en logaritmen

Grafiek: `plot (2/3)^(2x+2), from x = -1 to 5`  
 Grafiek: `plot log_2(x), from x = 0 to 8`  
 Grafiek: `plot log_(10)(|x+1|), from x = -4 to 4`  
 Grafiek: `plot e^(-2x+1), from x = -1 to 1`  
 Grafiek: `plot ln|2-x|, from x = -4 to 4`  
 Grafiek: `plot sinh x`  
 Grafiek: `plot ln(|x-1|/|x+1|)`  
 Limiet: `lim ((3^x - 1)/x) as x -> 0`  
 Limiet: `lim (ln(1-x)/x) as x -> 0`

Let op: onder `log` verstaat WA als regel de *natuurlijke logaritme*. Als je een logaritme met een ander grondtal bedoelt, moet je dat grondtal als een subscript noteren: `log_2(x)` geeft de logaritme met grondtal 2, dus  ${}^2\log(x)$ .

---

## 19: Geparametriseerde krommen

Vlakke kromme: `parametric plot (cos 3t, sin 4t)`

Poolcoördinaten: `polar plot r = cos (5phi)`

## 20: Differentiëren

Afgeleide functie: `d/dx (x^5 - 4x^2)`

Afgeleide functie: `d/dx ((sin x)/(1 + cos x))`

Afgeleide functie: `d/dx (3^x)`

Afgeleide functie: `d/dx (x ln(x))`

Hogere afgeleide functie: `d^2/dx^2 (x ln(x))`

Hogere afgeleide functie: `d^5/dx^5 (cos (3x))`

Met *show steps* kun je tussenstappen laten zien.

## 21: Differentialen en integralen

Bepaalde integraal: `int_0^2 (x^4 + 3x - 5) dx`

Onbepaalde integraal: `int (x^4 + 3x - 5) dx`

Met *show steps* kun je tussenstappen laten zien.

## 22: Integratietechnieken

Bepaalde integraal: `int_1^e (ln x) / x dx`

Bepaalde integraal: `int_0^pi (sin x) / (2 + cos x) dx`

Bepaalde integraal: `int_0^1 (x arctan x) dx`

Oneigenlijke integraal: `int_0^infinity e^(-x) dx`

Oneigenlijke integraal: `int_0^1 1/sqrt(x) dx`

Oneigenlijke integraal: `int_0^infinity (sin t)/t dt`

## 23: Toepassingen

Exponentiële groei: `dy/dt = 5y`

Exponentiële groei: `dy/dt = 5y, y(0) = 3`

Logistische groei: `dy/dt = 5y(1-y)`

Logistische groei: `dy/dt = 5y(1-y), y(0) = 0.5`