

# Nederlandse Sterrenkunde Olympiade 2023

Uiterlijk 14 mei 2023 inleveren

Leuk dat je meedoet aan de Nederlandse Sterrenkunde Olympiade 2023! Voor je heb je de vragen van de voorronde. De beste deelnemers worden uitgenodigd voor de finale op 14, 15 en 16 juni in Amsterdam, waarbij je een waarneemreis naar La Palma kunt winnen!

De vragen zijn niet makkelijk en daarom is het toegestaan om zoveel hulpmiddelen te gebruiken als je nodig hebt, zoals boeken, een rekenmachine, of het internet. Vermeld wel altijd je bron als je informatie hebt opgezocht en maak de vragen zelf. Informatie opzoeken mag, maar overleggen niet! Geef altijd een motivatie (illustraties zijn daarbij ook toegestaan) bij je antwoorden op de open vragen, je kunt ook voor gedeeltelijke uitleg punten krijgen. Bij de meerkeuzevragen is alleen de letter van de antwoordoptie voldoende. Een aantal belangrijke punten:

- Deze toets bestaat uit **8** meerkeuzevragen, **4** korte open vragen en **5** lange open vragen.
- Maak de lange open vragen elk op een apart blad
- Als je de vragen op papier maakt, zorg dan dat je antwoorden goed leesbaar zijn. Scan je antwoorden in (dus geen foto's).
- Als je de opgaven maakt in een tekstverwerker zoals Microsoft Word, zorg er dan voor dat formules duidelijk worden weergegeven en goed leesbaar zijn.
- Upload je werk als één pdf-bestand, met als titel achternaam-voornaam-neso2023.pdf.
- **Lever je antwoorden uiterlijk 14 mei 23:59 in via [sterrenkunde-olympiade.nl](https://sterrenkunde-olympiade.nl).**
- De juiste antwoorden worden na 14 mei online gezet.
- Na het opsturen van je antwoorden ontvang je per e-mail een ontvangstbevestiging. Mocht je vijf werkdagen na het opsturen van je antwoorden nog geen bevestiging ontvangen hebben, neem dan contact met ons op via de website.
- Een groep van de organisatie kijkt de antwoorden na. Over de uitslag van de voorronde kan niet gecorrespondeerd worden.
- Als je verder nog vragen hebt, stuur dan een e-mail naar [sterrenkundeolympiade2023@gmail.com](mailto:sterrenkundeolympiade2023@gmail.com) of neem contact met ons op via de website.

Veel succes! Het NeSO-2023 team: Niek Bollemeijer, Jacco Vink, Ethan van Woerkom, David Krejčík, Michael Stroet, Ioannis Vogiatzis en Esther Hanko

Naam:

E-mailadres:

## Meerkeuze vragen

---

### Vraag 1: Meerkeuze

**a)** In het heelal zien we meer lage massa sterren dan hoge massa sterren. Welke van de volgende twee stellingen zijn juist?

1. Er worden meer zware sterren gevormd dan lichte sterren.
2. Lichte sterren leven langer dan zware sterren.

- (a) Alleen stelling 1 is juist
- (b) Alleen stelling 2 is juist
- (c) Beide stellingen zijn juist
- (d) Beide stellingen zijn onjuist

**b)** Welk effect heeft het interstellair medium op het licht van een afgelegen ster?

- (a) Weinig tot geen effect.
- (b) De ster lijkt voor een waarnemer feller en blauwer te stralen.
- (c) De ster lijkt voor een waarnemer feller en roder te stralen.
- (d) De ster lijkt voor een waarnemer zwakker en blauwer te stralen.
- (e) De ster lijkt voor een waarnemer zwakker en roder te stralen.

**c)** Welk van de volgende stellingen over zwaartekrachtsgolven is fout?

- (a) Objecten van lage massa kunnen in principe zwaartekrachtsgolven produceren.
- (b) In de toekomst verwachten wij zwaartekrachtsgolven van het vroege universum waar te kunnen nemen.
- (c) Zwaartekrachtsgolven verplaatsen zich met een snelheid fractioneel lager dan die van het licht, doordat de ruimte vóór ze uitdijt.
- (d) Zwaartekrachtsgolven van samensmeltende neutronen sterren zijn lastiger te detecteren dan die van samensmeltende zwarte gaten (op dezelfde afstand).
- (e) Zwaartekrachtsgolven kunnen geobserveerd worden door de veranderende rotatie periodes van verschillende pulsars te meten terwijl de golf zich in de ruimte tussen ons en de pulsar verplaatst.

**d)** Gebaseerd op ons tegenwoordige begrip van het universum kunnen wij zeggen dat...

- (a) het universum, gemeten op de grootste schalen, gekromd blijkt te zijn.
- (b) in het vroege universum de donkere energie domineerde.
- (c) de kosmische achtergrondstraling volledig isotroop is.
- (d) de Hubble-parameter verandert met de tijd.
- (e) de vorming van de zwaarste elementen (zoals lood) vlak na de oerknal plaatsvond, dankzij de enorm hoge temperaturen die toen heersten.

**e)** Mars heeft 687 dagen nodig om zijn baan rondom de zon af te leggen. Hoeveel dagen zou dit zijn als de afstand tussen de baan van Mars en de zon opeens werd verdubbeld?

- (a) 1943 dagen
- (b) 1374 dagen

- (c) 243 dagen
- (d) 344 dagen

**f)** Het bestuderen van exoplaneten is tegenwoordig een van de meest interessante onderzoeksgebieden binnen de sterrenkunde. Welk van de volgende stellingen is juist?

- (a) De meeste exoplaneten zijn gevonden door hun licht direct te observeren met de Kepler ruimtetelescoop.
- (b) Het is mogelijk om exoplaneten te detecteren door middel van zwaartekrachtslenzen.
- (c) De leefbare zone is de enige zone rondom een ster waar leven, zoals we dat kennen, mogelijk is.
- (d) Rotsachtige planeten van lage massa zoals de aarde worden minder vaak waargenomen dan gasreuzen zoals Jupiter, omdat gasreuzen vaker worden geproduceerd tijdens de vorming van sterren.
- (e) Objecten met een baan rondom de zon die buiten de heliosfeer ligt worden ook exoplaneten genoemd.

**g)** Welke van de volgende stellingen over zwarte gaten zijn juist?

- 1. Van alle zwarte gaten komen Schwarzschild zwarte gaten het meeste voor.
  - 2. Wij weten dat de tijd dilateert in sterke zwaartekrachtsvelden. Als iemand in een zwart gat valt zullen achterblijvers deze persoon nooit daadwerkelijk in het zwarte gat zien verdwijnen.
- (a) Alleen stelling 1 is juist
  - (b) Alleen stelling 2 is juist
  - (c) Beide stellingen zijn juist
  - (d) Beide stellingen zijn onjuist

**h)** Sterren zijn zo ver weg, dat ze zelfs voor de beste telescopen puntbronnen lijken te zijn. Daarom is de spectroscopie een ontzettend belangrijke methode voor de sterrenkunde. Men zegt weleens dat één beeld meer zegt dan duizend woorden. In de sterrenkunde zou je wel kunnen zeggen dat één spectrum meer zegt dan duizend foto's.

Hieronder staan zes verschillende soorten astronomische metingen. Slechts één daarvan kun je *niet* uit spectra opmaken. Welke is dat?

- 1. De snelheid waarmee een ster zich in onze richting beweegt
- 2. De temperatuur van een ster
- 3. De leeftijd van een ster
- 4. De chemische samenstelling van een ster
- 5. De afstand tot een ster
- 6. Of een ster planeten heeft

## Korte open vragen

---

### Vraag 2: Schwarzschildstraal

Zwarte gaten zijn objecten die zó zwaar zijn dat zelfs licht niet kan ontsnappen. De grens waar de ontsnappingssnelheid de snelheid van het licht is, wordt de waarnemingshorizon (Engels: Event horizon) genoemd. Deze horizon vormt een bol met als straal de Schwarzschildstraal. Objecten die samen gedrukt worden totdat ze kleiner zijn dan hun Schwarzschildstraal, worden een zwart gat. Gebruik de ontsnappingssnelheid om een formule voor de Schwarzschildstraal van een object af te leiden. Gebruik deze om te berekenen hoe klein je de Aarde moet samendrukken om een zwart gat te vormen.

---

### Vraag 3: Een buitenaards bezoek

Een buitenaards wezen bezoekt de Aarde, maar zodra hij is geland, heeft hij moeite met lopen. Zijn gewicht is nu 80% hoger dan hij op zijn thuisplaneet weegt. Deze bezoeker is verrast, aangezien de twee planeten dezelfde structuur hebben en uit hetzelfde materiaal, met dezelfde dichtheid, bestaan. Schat de straal van de thuisplaneet van dit wezen.

---

### Vraag 4: De eerste witte dwerg

In 1844 concludeerde de Duitse sterrenkundige Friedrich Bessel uit zijn observaties van de ster Sirius, de helderste ster aan de hemel, dat die een onzichtbare begeleider ster moest hebben, die hij Sirius B noemde.

a) Hoe kwam hij tot deze conclusie?

Helaas stierf Bessel in 1846, en kwam hij nooit achter het antwoord op dit mysterie. Het duurde tot 1862 totdat de verklaring werd gevonden in 1862. In dat jaar ontdekte de Amerikaan Alvan Clark dat Sirius B een ster was, en wel een ster van een vergelijkbaar spectraal type als dat van Sirius A. Sirius B scheen echter zo'n 10 magnitudes minder fel dan Sirius A.

b) Gebruik deze informatie om de straal van Sirius B te berekenen (in kilometers), als de straal van Sirius A 1.7 keer die van de zon is.

c) Sirius B is een witte dwerg. In een witte dwerg vindt geen kernfusie plaats. Waarom is Sirius B dan toch heet?

---

### Vraag 5: De vloek van de atmosfeer

Door turbulentie in de atmosfeer (het 'fonkelen' van sterren) vervormt het beeld van een telescoop die zich binnen de atmosfeer bevindt continu. Dit betekende dat het voor waarnemers, zelfs al zaten zij op de beste locaties ter de wereld, tot voor kort niet mogelijk was om met hun telescopen een scheidend vermogen van minder dan ongeveer een halve boogseconde te behalen. In het Engels heet deze limiet de 'seeing'.

In de afgelopen 50 jaar zijn binnen de sterrenkunde een aantal technieken ontwikkeld om deze 'seeing' te omzeilen. Leg kort uit in één zin hoe elke techniek hieronder dit voor elkaar krijgt. Let op, één van de onderstaande technieken is onjuist, leg uit waarom!

- Adaptieve Optica
- Speckle Imaging
- Door een ruimtetelescoop te gebruiken
- Door op een andere golflengte te observeren, namelijk met Röntgenstraling
- Door op een andere golflengte te observeren, namelijk met radiostraling

## Thema vragen

---

### Vraag 6: Gestrand op een vreemd eiland

Een matroos, die op de hoogte is van de beginselen van de sterrenkunde, lijdt schipbreuk, waardoor hij op een onbekend eiland terechtkomt. Gelukkig heeft hij uit het wrak zijn instrumenten kunnen redden: een sextant, een klok en een boek met de coördinaten van sterren.

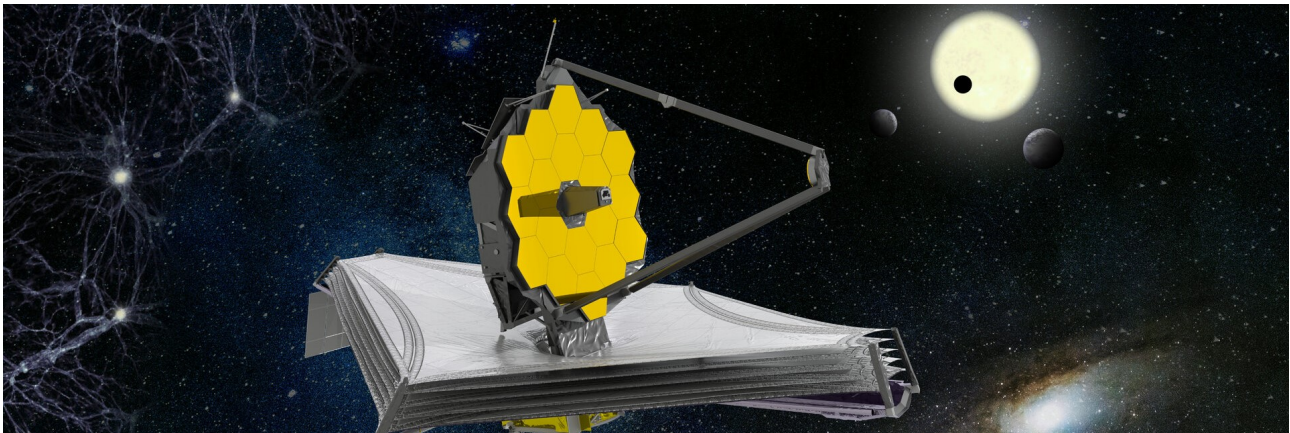
a) Leg uit hoe de matroos zijn breedtegraad kan meten door de nachtelijke hemel te observeren. Zou dezelfde strategie werken voor een matroos uit de oudheid? Zou een matroos uit de oudheid ook in staat zijn om zijn lengtegraad te meten?

b) De matroos meet dat zijn breedtegraad  $+28^{\circ} 46'$  is. Hij neemt een ster waar die precies langs de zenith passeert. Wat is de declinatie van deze ster (in graden en boogminuten)? Maak een tekening om dit uit te leggen.

c) De matroos meet dat de zon zich op het middaguur op een hoogte van  $61^{\circ} 14'$  boven de horizon bevindt. Wat zou de datum kunnen zijn?

d) De matroos heeft een uitstekende klok die de lokale tijd op de sterrenwacht van Greenwich weergeeft. Hij gebruikt deze klok om te meten dat de ster Arcturus, de felste ster in het sterrenbeeld genaamd Boötes, boven de horizon opkomt als zijn klok exact 20:44 aangeeft. In zijn boek staat dat op deze datum Arcturus in Greenwich om 19:33 hoort op te komen. Op welke lengtegraad bevindt onze matroos zich? Op welk eiland is dat?

## Vraag 7: James Webb Space Telescope



Bron: ESA

De James Webb Space Telescope (JWST) is een NASA-ruimtetelescoop en is de opvolger van de Hubble Space Telescope (HST). Waar de HST een spiegel heeft met een diameter van 2.4 meter, heeft de JWST een spiegel met een diameter van 6.5 meter en waar de HST voornamelijk in optische en UV golflengtes kijkt, kijkt de JWST voornamelijk in infrarood golflengtes. De twee telescopen hebben een beetje overlap in het deel van het spectrum dat ze kunnen zien, maar niet veel. De JWST is dus niet zozeer een vervanger, maar meer een aanvulling op de HST.

Sinds de succesvolle lancering in december 2021 en aankomst bij Lagrangepunt 2 heeft JWST al spectaculaire afbeeldingen kunnen maken en meerdere wetenschappelijke observaties kunnen uitvoeren. Zo heeft bijvoorbeeld een grote groep astronomen aan het begin van dit jaar een artikel gepubliceerd waarin zij met JWST de exoplaneet WASP-39b, sinds kort hernoemt als Bocaprins, hebben onderzocht. In dit onderzoek vonden zij voor het eerst sporen van koolstofdioxide ( $\text{CO}_2$ ) en zwaveldioxide ( $\text{SO}_2$ ) gevonden in de atmosfeer van een exoplaneet. Exoplaneten zijn planeten die om een andere ster dan onze eigen zon draaien en zij staan dan ook ver van de Aarde af. Om de afstand te bepalen kan gebruikt gemaakt worden van de parallax van de ster waar de planeet omheen draait, namelijk WASP-39, ook wel bekend als Malmok.

**a)** De parallax van Malmok is 4.64 milliboogseconden. Leg uit wat parallax is en gebruik dit verschijnsel om de afstand tot Malmok te bepalen in parsec of lichtjaren.

**b)** Stel dat er een planeet ter grootte van Jupiter om Malmok beweegt. Hoe groot is de hoekdiameter van deze planeet, gezien vanaf de Aarde? Vergelijk dit met de hoekdiameter van Jupiter in ons eigen zonnestelsel (40 boogseconden) en met die van Pluto (0.1 boogseconden).

Het NIRcam instrument van JWST heeft een resolutie van 70 milliboogseconden. Dat betekent dat het geen detail kan onderscheiden dat kleiner is dan 70 milliboogseconden, zoals bijvoorbeeld onze hypothetische Jupiter bij Malmok. In plaats van de planeet direct te observeren, kan JWST gebruik maken van een slim trucje. Als een planeet voorbij de ster beweegt, een transitie, wordt er een klein deel van het sterrenlicht geblokkeerd en dat verschil kunnen we wél meten! In Fig. 1 is de lichtkromme te zien die door JWST waargenomen is tijdens de transitie van Bocaprins. Een lichtkromme is een grafiek waar de helderheid van een object over een bepaalde tijd weergegeven wordt.

**c)** De lichtkromme van een transitie is op te delen in 5 segmenten, waarvan 3 horizontaal en 2 diagonaal. Beschrijf voor elk segment wat er gebeurt in het Malmok/Bocaprins systeem zoals gezien vanaf de Aarde. Kan je verklaren waarom het middelste segment niet recht is?

**d)** De relatieve hoeveelheid licht dat de planeet blokkeert wordt de transitie diepte genoemd. Deze diepte hangt alleen af van de verhouding tussen de platte cirkel-oppervlaktes van de ster en de planeet. Gebruik Fig. 1 om deze verhouding te berekenen.

**e)** Malmok is iets kleiner dan de zon met een straal van 0.895 zonsstralen. Gebruik jouw gevonden verhouding om de straal van de planeet te berekenen. Vergelijk die met de straal van Jupiter.

Om een idee te krijgen van de baan waarin Bocaprins om Malmok heen draait, kunnen we gebruik maken van de wetten van Kepler. De 3e wet van Kepler stelt dat de kwadraat van de omlooptijd  $T$  proportioneel is aan de derde macht van de

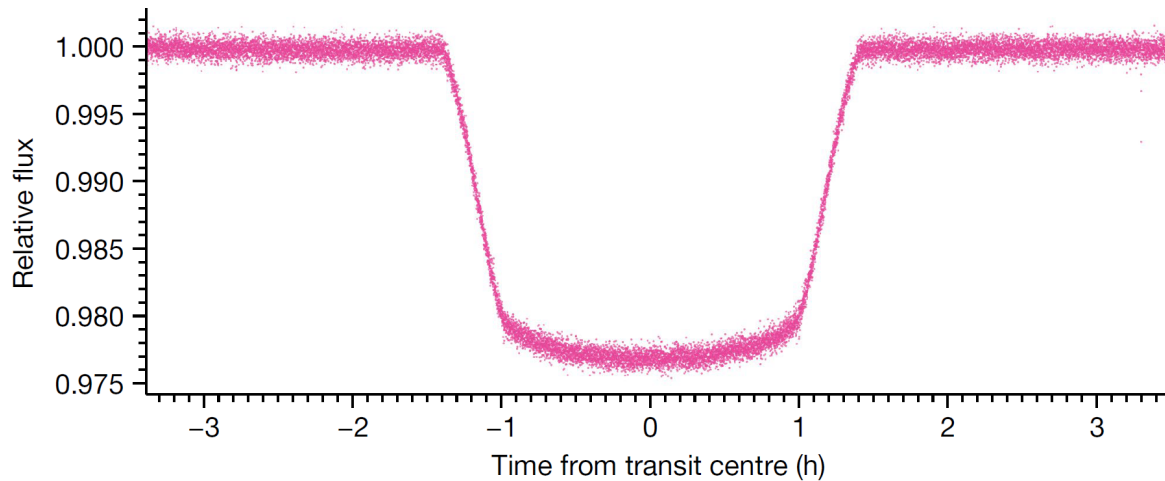


Figure 1: Een lichtkromme van de overgang van Bocaprins waargenomen door JWST.

baanstraal  $r$  (voor cirkelbanen), oftewel  $T^2 / r^3 = \text{constant}$ . Deze constante is hetzelfde voor vrijwel elke combinatie van een ster en planeet.

**f)** Als we Bocaprins voor een langere tijd waarnemen, zien we de transitie elke 4.06 dagen herhalen. Gebruik deze waarneming en de 3e wet van Kepler om de baanstraal van Bocaprins te berekenen. Vergelijk deze met de baanstraal van Mercurius (0.4 AE).

**g)** Planeten zoals Bocaprins worden ook wel "Hete Jupiters" genoemd. Leg uit waarom dit een toepasselijke naam is. Bedenk wat voor effecten hete Jupiters ondervinden die niet bij normale "koude" Jupiters voorkomen. Noem er buiten de temperatuur ten minste 2.)

Tijdens de transitie gaat een deel van het licht van de ster door de atmosfeer van de planeet voordat het zijn weg vervolgt richting de Aarde. Met het NIRSpec instrument kan JWST een spectrum maken van het licht van de ster. In een spectrum staat helderheid tegen de golflengte van het licht weergegeven. Atomen en moleculen absorberen licht van specifieke golflengtes en laten dus een soort vingerafdruk achter in het spectrum. In Fig. 2 is het spectrum van de atmosfeer van Bocaprins weergegeven zoals geobserveerd door JWST. De wetenschappers hebben verschillende modellen geprobeerd om zo de compositie van de atmosfeer te vinden.

**h)** In Fig. 3 zijn spectra uit het lab weergegeven van de vijf ontbrekende moleculen. Gebruik deze spectra om de labels van Fig. 2 in te vullen.

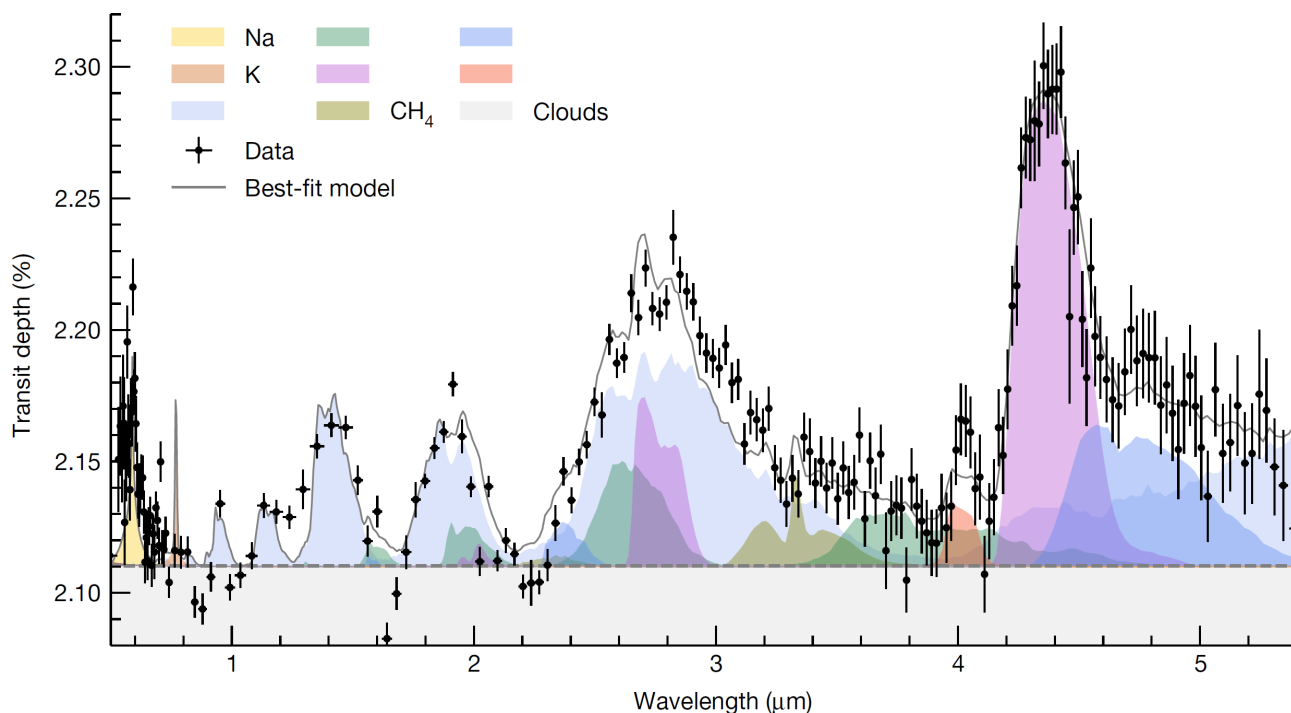


Figure 2: Spectrum van de atmosfeer van Bocaprins gegeven als percentage van de bijdrage aan de totale transitie diepte. Aan de data punten is een model gefit met verschillende elementen en moleculen. In de legenda zijn de namen van 5 moleculen weggelaten.

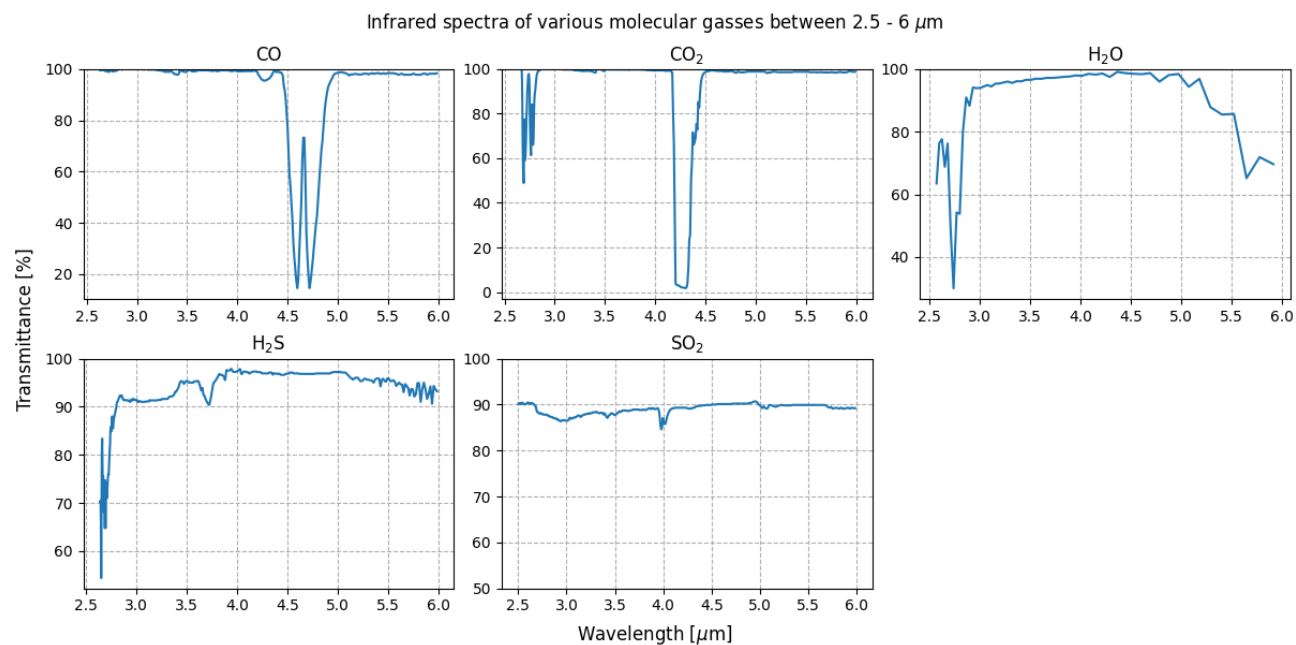


Figure 3: Infrarood spectra van vijf moleculen gemeten in een laboratorium op Aarde, namelijk: Koolstofmonoxide ( $\text{CO}$ ) en -dioxide ( $\text{CO}_2$ ), water ( $\text{H}_2\text{O}$ ), waterstofsulfide ( $\text{H}_2\text{S}$ ) en zwaveldioxide ( $\text{SO}_2$ ). De y-as geeft aan hoeveel procent van een bepaalde golflengte licht door het gas (in de labopstelling) heen komt.

---

**Vraag 8: Hubble parameter**

Het heelal expandeert, waardoor het lijkt of sterrenstelsels van ons af bewegen. Hierbij geldt: hoe verder de afstand des te groter de schijnbare snelheid. Het verband tussen de afstand,  $d$  en de snelheid  $v_r$ , wordt beschreven met de wet van Hubble:

$$v_r = H_0 d, \quad (1)$$

$H_0$  is de Hubble parameter, en  $v_r$  is de snelheid zoals bepaald aan de hand van Dopplerverschuivingen. De huidige metingen geven aan dat  $H_0 = 67.8 \text{ km/s/Mpc}$ , als de afstand aangegeven wordt in megaparsec  $= 3.1 \times 10^{24} \text{ m}$ , en de snelheid in km/s.

**a)** Een sterrenstelsel beweegt van ons af met een gemeten snelheid van 2500 km/s. Wat is de afstand? Geef zowel de waarde in megaparsec als in meters.

De Hubble parameter  $H_0$  laat zien hoe snel sterrenstelsels op dit moment van elkaar weg bewegen.

**b)** Stel dat deze beweging niet verandert met de tijd. Wat is dan de leeftijd van het heelal in miljarden jaren? (Hint: je moet  $H_0$  eerst omschrijven naar SI eenheden.)

De leeftijd van het heelal wordt geschat op 13.8 miljard jaar.

**c)** Een fractie van een seconde was de expansie exponentieel snel, toen nam de expansie af, en daarna weer toe (acceleratie). Wat veroorzaakte deze drie fasen?

---

### Vraag 9: Planeettemperaturen

De temperatuur van een planeet wordt bepaald door de balans tussen de inkomende en uitgaande energie. Wanneer de twee energiestromen in evenwicht zijn spreek je van een evenwichtstemperatuur. Voor de uitgaande energie kan je de planeet benaderen als een zwarte straler, waarvan de totale uitgezonden energie per seconde gegeven wordt door

$$L_{uit}(T) = 4\pi r^2 \sigma_{SB} T^4, \quad (2)$$

met  $L$  de lichtkracht in W,  $4\pi r^2$  de oppervlakte in  $m^2$ ,  $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  de Stefan-Boltzmann constante, en  $T$  de temperatuur in K. De inkomende energie bestaat vrijwel volledig uit het zonlicht dat de planeet absorbeert. Een fractie van het licht  $A_v$ , de albedo, wordt niet geabsorbeerd, maar direct teruggekaatst naar de ruimte. De inkomende flux  $F_{in}$  in  $\text{W m}^{-2}$  wordt dan gegeven door

$$F_{in} = (1 - A_v) * \frac{L_{ster}}{4\pi d^2}, \quad (3)$$

met  $L_{ster}$  de lichtkracht van de ster in W en  $d$  de afstand tussen de ster en planeet in meter.

**a)** Laat zien dat voor een planeet in thermodynamisch evenwicht, waar de inkomende energie gelijk is aan de uitgaande energie, de temperatuur gegeven wordt door

$$T = \left( \frac{(1 - A_v) L_{ster}}{16\pi d^2 \sigma_{SB}} \right)^{1/4} \quad (4)$$

De bewoonbare zone van planeten correspondeert met temperaturen van ca. 270 K tot 370 K.

**b)** Wat is er zo bijzonder aan deze temperaturen, en waarom zijn deze planeten “bewoonbaar”? Motiveer je antwoord. Stel, een ster heeft een lichtkracht van tweemaal die van de zon  $L = 2L_{\odot}$  ( $L_{\odot} = 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$ ).

**c)** Op welke afstand moet een planeet staan om in de bewoonbare zone te zijn? Neem aan dat  $A_v = 0.5$  en gebruik voor je eindantwoord afstanden in astronomische eenheden ( $AE = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ ).

**d)** De Aarde heeft volgens vergelijking 4 met een albedo van ongeveer 30% een evenwichtstemperatuur van 255K. De Aarde bevindt zich dan niet in de bewoonbare zone. Waarom is het desondanks mogelijk dat er leven is op Aarde?

## Vraag 10: de Zonnnet telescoop

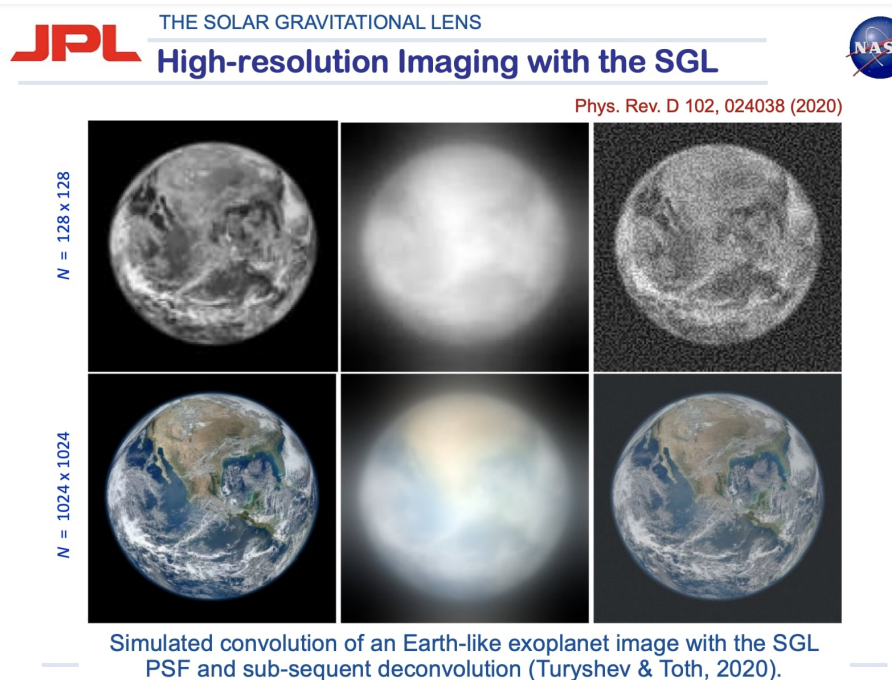


Figure 4: Gesimuleerde afbeeldingen die gemaakt zouden kunnen worden met gebruik van de Solar Gravitational Lens.

Momenteel wordt door **onderzoekers bij NASA** het gebruik van de zogenaamde “Solar Gravitational Lens” onderzocht om afbeeldingen van exoplaneten te maken, met een resolutie vergelijkbaar met die van de smartphone in je zak! *PBS Spacetime* maakte hier onlangs **een goede video over**. Met de volgende generatie van telescopen op het land, zoals de European Extremely Large Telescope, kunnen we in het beste geval mogelijk een 1-pixel directe foto van een exoplaneet nemen, en dat zou al een hele doorbraak zijn!

- a) Wat zijn de belangrijkste methodes om nieuwe exoplaneten te ontdekken? Noem er ten minste drie. Leg kort uit welke methodes je kunt gebruiken om iets te zeggen over de straal, dan wel massa, of de kleur van een planeet.
- b) Stel dat je een planeet van dezelfde grootte als de Aarde wilde fotograferen, met een resolutie van  $2 \times 2$  pixels, en dat die planeet op 30 parsec staat. Je observeert op een golflengte van 500nm. Hoe groot moet de spiegel van je telescoop dan zijn? Hint: ‘diffractielimiet’ en ‘Rayleigh Criterion’ zijn hier belangrijke begrippen.
- c) Stel nu dat de diameter van je telescoop zo groot is als de zon.

- Met welke resolutie (hoeveel pixels) kun je nu op dezelfde golflengte volgens de diffractielimiet deze planeet in theorie fotograferen?
- Hoeveel kilometer komt hier dan overeen met een pixel?
- Wat voor kenmerken op de planeet kun je zien met een dergelijke resolutie? Wat zou je daarentegen uit een spectrum, in plaats van een foto, op kunnen maken?

De Algemene Relativiteitstheorie van Einstein voorspelt dat een lichtstraal die langs de een massief voorwerp scheert, afgebogen zal worden met een hoek van

$$\theta_b = \frac{2R_s}{a}, \quad (5)$$

waarbij  $R_s = 2MG/c^2$  de zogenaamde ‘Schwarzschild straal’ is, de straal van een zwartgat met die massa, en  $a$  de impact parameter van de straal, dat wil zeggen de minimale afstand tussen de straal en het zwaartepunt van de massa. Stel dat twee lichtstralen van een verre planeet vlak boven- en onderlangs de zon scheren. Dankzij de lichte afbuiging zullen zij op een bepaalde afstand van de zon samenkomen op een brandpunt. Vanuit het perspectief van een waarnemer op de plaats van het brandpunt, zal de planeet uitzien als een zogeheten ‘Einsteinring’ rondom de zon.

**d)** Op welke afstand moet je minimaal staan om deze Einsteinring rondom de zon te zien?

Deze afstand is namelijk de minimale afstand waarop je een ruimtemissie moet sturen om gebruik te maken van de zonnelens. De verste ruimtezone die ooit is gelanceerd is de Voyager 1.

**e)** Hoeveel keer verder dan Voyager 1 is deze afstand?

Voyager 1 is door middel van een normale (chemische) raket gelanceerd. Om op relatief korte termijn naar de zonnelens te komen, zijn snellere aandrijfmethode nodig. Een veelbelovende aandrijfmethode die momenteel wordt onderzocht is het gebruik van zonnezeilen!

EINDE