TENTAMEN BEELDBEWERKEN 23.10.2012

2. HOMOGENE COORDINATEN

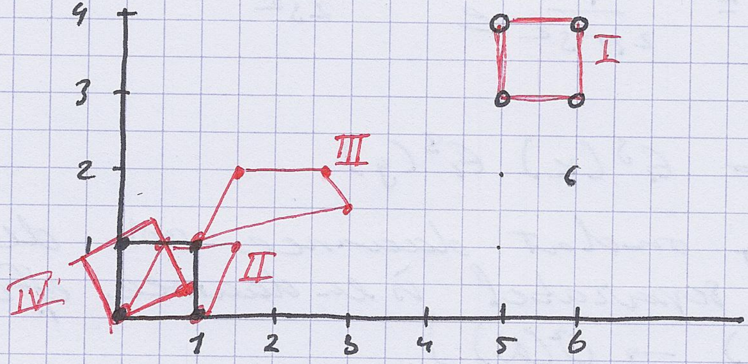
(a)

I $\begin{pmatrix}1&0&5\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&6&6&5\\3&3&4&4\\1&1&1&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}5&6&6&5\\3&3&4&4\end{pmatrix}$

II $\begin{pmatrix}1&0.5&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&1{,}5&0{,}5\\0&0&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&1&1{,}5&0{,}5\\0&0&1&1\end{pmatrix}$

III $\begin{pmatrix}5&2&1\\2&3&1\\1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&6&8&3\\1&3&6&4\\1&2&3&2\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&3&8/3&3/2\\1&1.5&2&2\end{pmatrix}$

IV $\begin{pmatrix}2&-1&0\\1&2&0\\0&0&\sqrt5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2&1&-1\\0&1&3&2\\\sqrt5&\sqrt5&\sqrt5&\sqrt5\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&2/\sqrt5&1/\sqrt5&-1/\sqrt5\\0&1/\sqrt5&3/\sqrt5&2/\sqrt5\end{pmatrix}$



(b)

I : translatie

II : affien (shear)

III : projectief

IV : rotatie

$p = (A^TA)^{-1}A^Tb$

(c) $\begin{pmatrix}x'\\y'\\1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}a&b&c\\d&e&f\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}\longrightarrow\begin{pmatrix}x&y&1&0&0&0\\0&0&0&x&y&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\\e\\f\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$Ap = b$ met $A=\begin{pmatrix}x_1&y_1&1&0&0&0\\0&0&0&x_1&y_1&1\\&&\vdots&&&\\x_n&y_n&1&0&0&0\\0&0&0&x_n&y_n&1\end{pmatrix}$ $b=\begin{pmatrix}x_1'\\y_1'\\\vdots\\x_n'\\y_n'\end{pmatrix}$ $p=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\\e\\f\end{pmatrix}$

$p = \mathrm{lstsq}(A,b)$

3 LOCALE STRUCTUUR I

(a) $\frac{\partial}{\partial x}$ is een lineaire translatie invariante operator en daarom

$$\frac{\partial}{\partial x}(f * G^s) = \frac{\partial}{\partial x} f * G^s = f * \frac{\partial}{\partial x} G^s$$

immers een T.I. lineaire operator is commutatief en associatief.

Belangrijk omdat daarmee afgeleiden bepalen van discrete functies vermeden wordt en vervangen wordt door de analytische afgeleide $\partial_x G^s$.

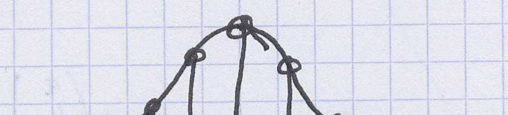
(b)
$$G^s(x,y) = G^s(x)\, G^s(y)$$
$$= \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2s^2}} \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2s^2}}$$
$$= \frac{1}{2\pi s^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2s^2}}$$

(c) $G^s(x,y) = G^s(x)\, G^s(y)$

van belang omdat daarmee ook de convolutie separabel is en daarmee efficienter (van $\mathcal{O}(N^2) \to \mathcal{O}(N)$)

(d)
$$\partial_x G^s(x,y) = \partial_x\left(G^s(x) G^s(y)\right)$$
$$= \partial_x G^s(x) \cdot G^s(y)$$

(e)



$G[k] = G^s(k)$

voor $k = -N, \dots, N$

kies $N = \lceil \alpha s \rceil$

met $\alpha \geqslant 3$

Evt: ook normeren door te delen door $\sum_k G[k]$

(f) Vergeet niet te spieglen!

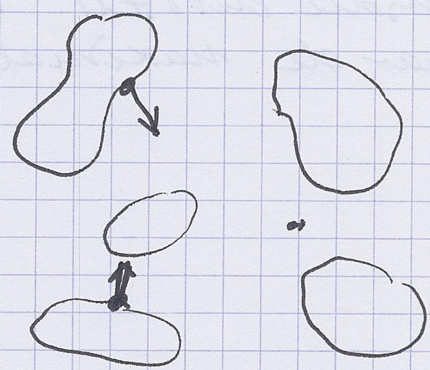
4. LOCALE STRUCTUUR II

(a) $\nabla f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$ $\quad f_x = \frac{\partial}{\partial x} f$

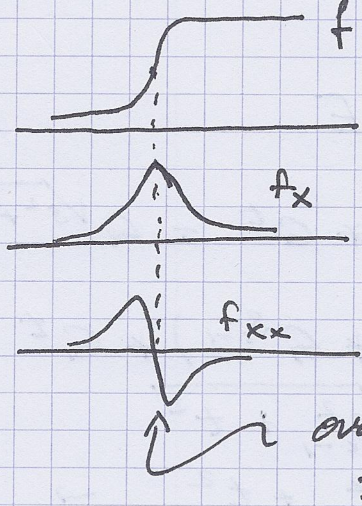
$f_y = \frac{\partial}{\partial y} f$

∇f wijst in de richting waarin f maximaal toeneemt.

(b)



(c) In 1D:



overgang het steilst als $f_x \gg 0$ en $f_{xx} \simeq 0$

In 2D: kies de gradientrichting en beschouw dus f_w en f_{ww}

(d) 1) bereken f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy} en f_{yy} met Gaussische afgeleiden.

$fx = gD(f, 3, 1, 0)$ ....

2/ Bereken

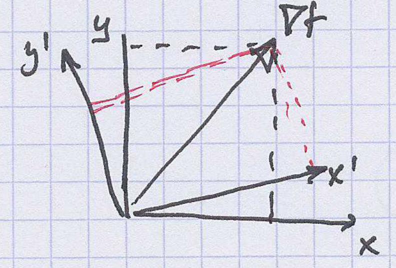
$$f_w = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

$$f_w^2 f_{ww} = f_x^2 \cdot f_{xx} + 2 f_x f_y f_{xy} + f_y^2 f_{yy}$$

daarmee wordt delen door nul vermeden

3/ Nuldoorgang in f_{ww} zoeken en <u>niet</u> $|f_{ww}| < \varepsilon$

(e) ∇f is een geometrische entiteit. De vector wijst nog steeds naar de maximale grijswaarde



5. SCALE-SPACE

(a) Omdat $G^s * G^t = G^{\sqrt{s^2+t^2}}$

(b) $f_0 * G^{s_i} = (f * G^{s_{i-1}}) * G^t$

$$s_i = \sqrt{s_{i-1}^2 + t^2}$$

$$s_i^2 = s_{i-1}^2 + t^2 \rightarrow t = \sqrt{s_i^2 - s_{i-1}^2}$$

(c) $s_i = \alpha^i s_0$ logarithmic sampling

(d) $\partial^n \Rightarrow s^n \partial^n$ waarbij ∂^n een willekeurige n^{de} orde differentiatie is.

ze zijn nodig om afgeleiden op verschillende schaal met elkaar te kunnen vergelijken.

(e) $f_w \Longrightarrow s f_w$

$f_{ww} \Longrightarrow s^2 f_{ww}$

normalisering van f_w belangrijk maar omdat we nuldoorgangen in f_{ww} zoeken is de normalisatie van f_{ww} niet van belang.

6. SIFT

dat kun je allemaal opzoeken!

7. PINHOLE CAMERA

(a)

f_x , f_y	focal length × schalingsfactor
α	skew factor (meestal 0)
u_0 v_0	oorsprong van pixel raster tov optische midden.
R	rotatie van camera frame tov. wereld frame.
t	translatie ...

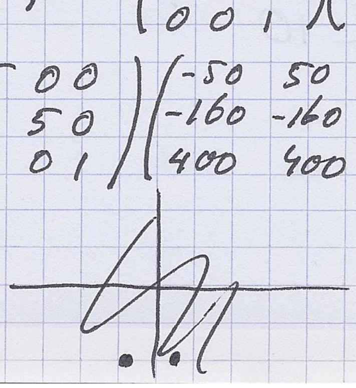
(b)
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

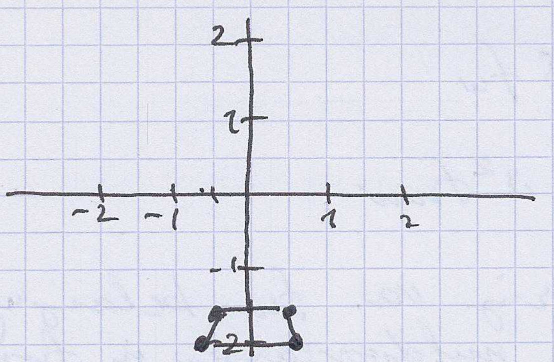
$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -50 & 50 & 50 & -50 \\ -160 & -160 & -160 & -160 \\ 400 & 400 & 500 & 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -250 & 250 & 250 & -250 \\ -800 & -800 & -800 & -800 \\ 400 & 400 & 500 & 500 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{pmatrix} -0{,}625 & 0{,}625 & 0{,}5 & -0{,}5 \\ -2 & -2 & -1{,}6 & -1{,}6 \end{pmatrix}$$



ZOZ



(c) Alle punten onder de 'horizon'

(d) Herschrijven zodanig dat

$$M_i \, p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

waarin P een 12×1 vector is en M_i een 2×12 matrix waarin x, y, X, Y, Z voor een punt paar zijn opgenomen $(x_i \; y_i) \leftrightarrow (X_i \; Y_i \; Z_i)$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_n \end{pmatrix}}_{\substack{M \\ 2n \times 12}} p = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{2n \times 1}$$

Een nulvector van M is gezocht. Gebruik svd-trick.

$$\min \|Mp\| \quad \text{s.t.} \quad \|p\| = 1$$

immers vanwege ruis zal er waarschijnlijk geen nulvector (anders dan 0) zijn.

N.B. zonder uitleg van hoe M_i in elkaar zit krijg je 8 punten van de 10