



Talstelsels, rekenen en rekenschakelingen

- Binaire code
- Hexadecimale code
- Optellen
- Two's complement code
- Aftrekken
- Arithmetic Logic Unit
- Sign extension



Decimale code

$$235 = 2 * 10^2 + 3 * 10^1 + 5 * 10^0 = 200 + 30 + 5$$

$$101 = 1 * 10^2 + 0 * 10^1 + 1 * 10^0 = 100 + 0 + 1$$

Grondtal is 10

Binaire code

$$101 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5_{\text{Dec.}}$$

$$1101 = 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_{\text{Dec.}}$$

Grondtal is 2



Decimale getal	Binaire getal			
	2^3 8	2^2 4	2^1 2	2^0 1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1



Hexadecimale code

- Verkorte schrijfwijze binaire code
- Grondtal 16
- Dus zijn er 16 “cijfers” nodig
- 0 .. 9, A, B, C, D, E en F



Hex.	Binary	Decimal
7	0111	7
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15
10	0001 0000	16
11
..	30
30
FE



Hex.	Binary	Decimal
7	0111	7
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15
10	0001 0000	16
11	0001 0001	17
..	30
30
FE



Hex.	Binary	Decimal
7	0111	7
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15
10	0001 0000	16
11	0001 0001	17
1E	0001 1110	30
30
FE



Hex.	Binary	Decimal
7	0111	7
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15
10	0001 0000	16
11	0001 0001	17
1E	0001 1110	30
30	0011 0000	48
FE



Hex.	Binary	Decimal
7	0111	7
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15
10	0001 0000	16
11	0001 0001	17
1E	0001 1110	30
30	0011 0000	48
FE	1111 1110	254



Optellen

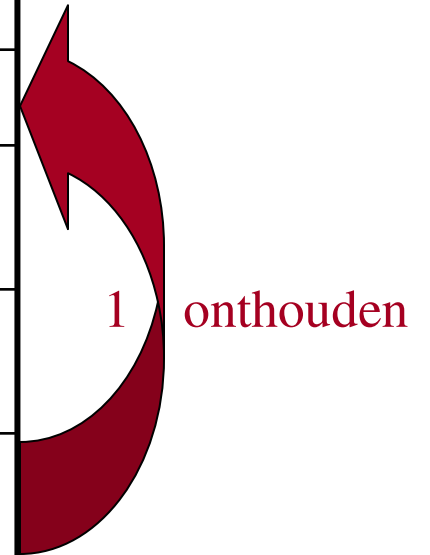
Getal	Decimaal	Binair
A	25	1 1 0 0 1
B	29	1 1 1 0 1
A + B	54	1 1 0 1 1 0 ↑ ↑ ↑

↑ = 1 onthouden



Optellen

Getal	Decimaal	Binair
transport	1	11001
A	25	11001
B	29	11101
A + B	54	110110



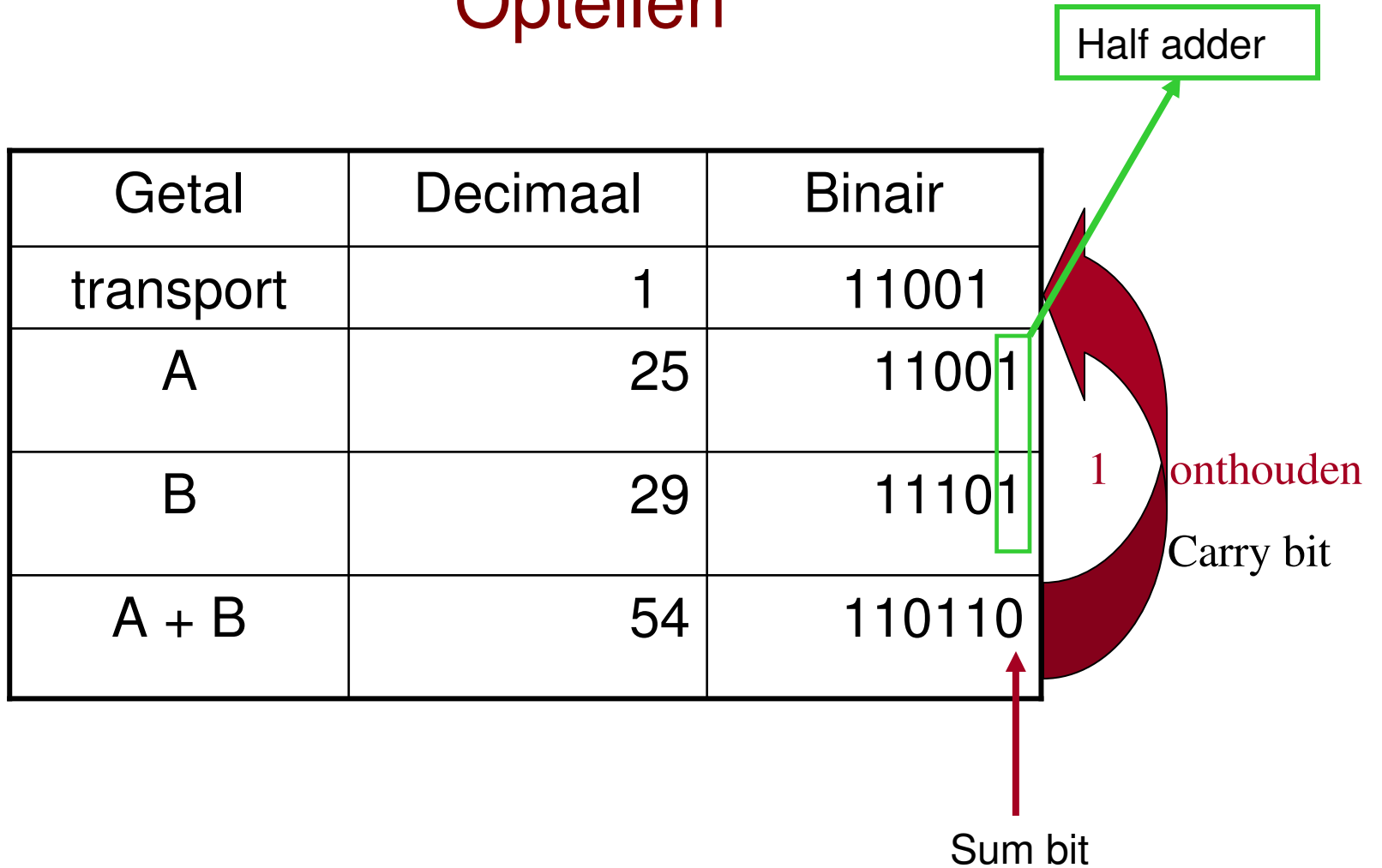
Optellen

Getal	Decimaal	Binair
transport	1	11001
A	25	11001
B	29	11101
A + B	54	110110

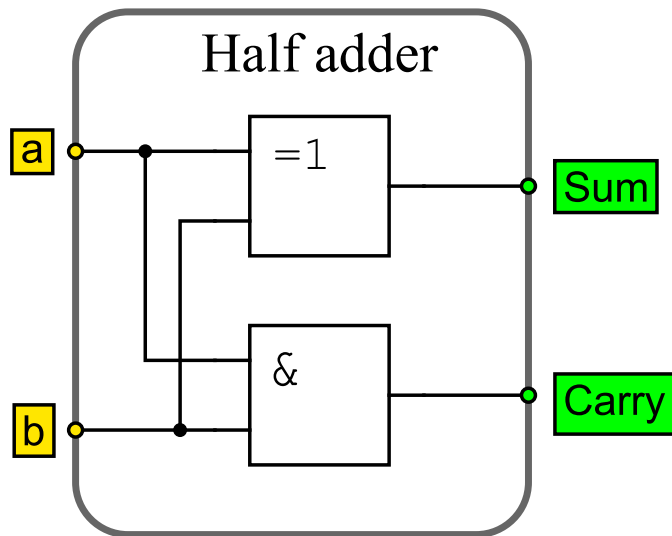
1 onthouden
Carry bit

Sum bit

Optellen



Half Adder

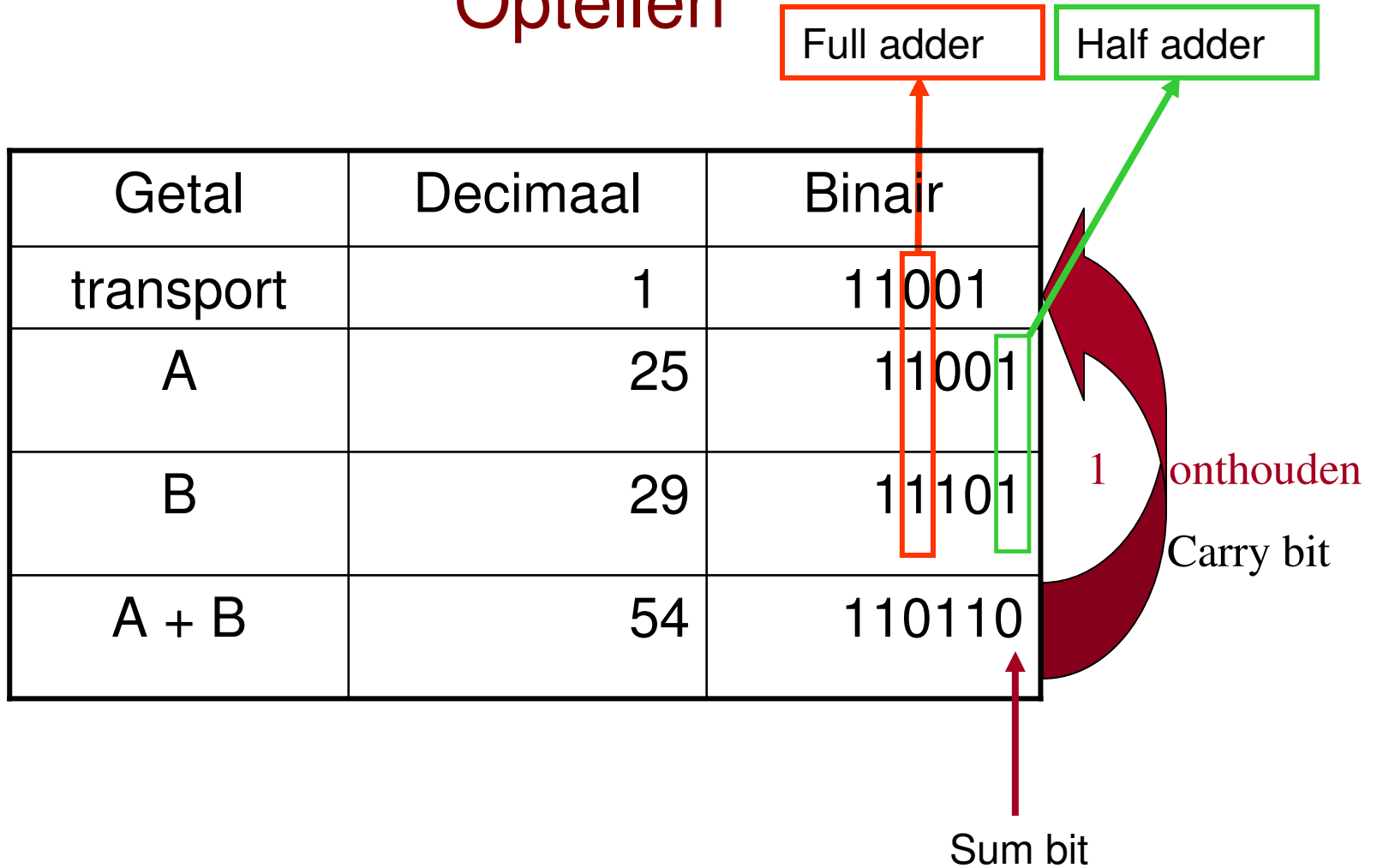


Figuur 2.1

a	b	Carry gewicht = 2	Sum Gewicht = 1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Half adder

Optellen



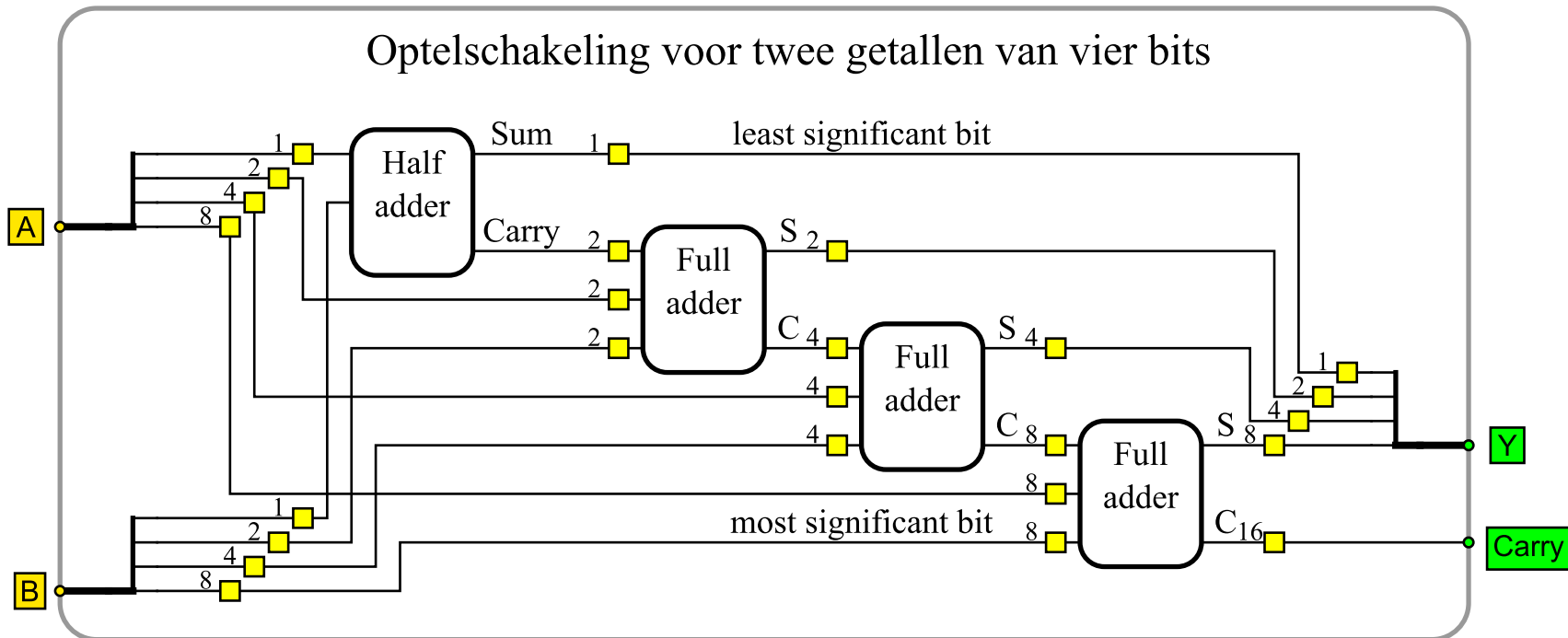


Full Adder

a	b	c	Carry	Sum
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Tabel full adder

Optelschakeling voor twee getallen van vier bits



Figuur 2.4



Martiaanse getallen

Hoe Marsvrouwtjes rekenen



Alle Martiaanse cijfers Hun aardse waarde staat ervoor

0 ✨

1 ☿

2 ♃

3 ♄

1. Welk talstelsel gebruikt men op Mars? Antwoord

2. Wat is de aardse, decimale waarde van het volgende Martiaanse getal: ☿♃☿

121

25

18

212

3. Tel de Martiaanse getallen op, die hieronder staan. Noteer de uitkomst in het Martiaans.

☿ ✨

♄ ♃

_____+



Alle Martiaanse cijfers Hun aardse waarde staat ervoor

0 ☸

1 ☺

2 ♃

3 ☾

1. Welk talstelsel gebruikt men op Mars? Antwoord 4
2. Wat is de aardse, decimale waarde van het volgende Martiaanse getal: ☺ ♃ ☺

121

$$25 (= 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0)$$

18

212

3. Tel de Martiaanse getallen op, die hieronder staan. Noteer de uitkomst in het Martiaans.

☺ ☸ (10)

☾ ♃ (32)

$$\begin{array}{r} \text{---} + \\ \text{☺ ☸ ♃ (102)} \end{array}$$



Opgaven

- Vragen en opdrachten paragraaf 2.5



Rekenen en rekenschakelingen

- Binaire code
- Hexadecimale code
- Optellen
- Two's complement code
- Aftrekken
- Arithmetic Logic Unit



Negatieve getallen One's complement code

1	..	1	1	1	1		0	0	0	0	..	0
0	..	1	1	1	1		0	0	0	0	..	1
0	..	0	0	1	1		0	0	1	1	..	1
0	..	0	1	0	1		0	1	0	1	..	1
-7	..	-3	-2	-1	-0		0	1	2	3	..	7

Waarom is deze code minder geschikt?



Negatieve getallen Two's complement code

1	..	1	1	1	1		0	0	0	0	..	0
0	..	1	1	1	1		0	0	0	0	..	1
0	..	0	0	1	1		0	0	1	1	..	1
0	..	0	1	0	1		0	1	0	1	..	1
-8	..	-4	-3	-2	-1		0	1	2	3	..	7

4-bit: Bereik -8 .. +7



Negatieve getallen

Hoe genereer ik een negatief getal?



Negatieve getallen

Hoe genereer ik een negatief getal?

getal	0001 1001	25
complement	1110 0110 1	
Two's complement	1110 0111	-25

Controle: $-128 + 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = -25$



Negatieve getallen

$$A = -a_{n-1} 2^{n-1} + a_{n-2} 2^{n-2} + \dots + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$$

$$A = -a_{n-1} 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} 2^i a_i$$



Signed Integer

8 bit

0100 0000 = 64

1000 0111 = -121

Range: 0 .. $2^n - 1$

n = 8 Range -128 .. 127

n = 16 Range -32768 .. 32767

n = 32 Range -2.147.483.648 .. 2.147.483.647



Overflow (in 4 bit systeem)

0011	3
0110	6
1001	-7

 +

1011	-5
1010	-6
1 0101	+ 5

 +

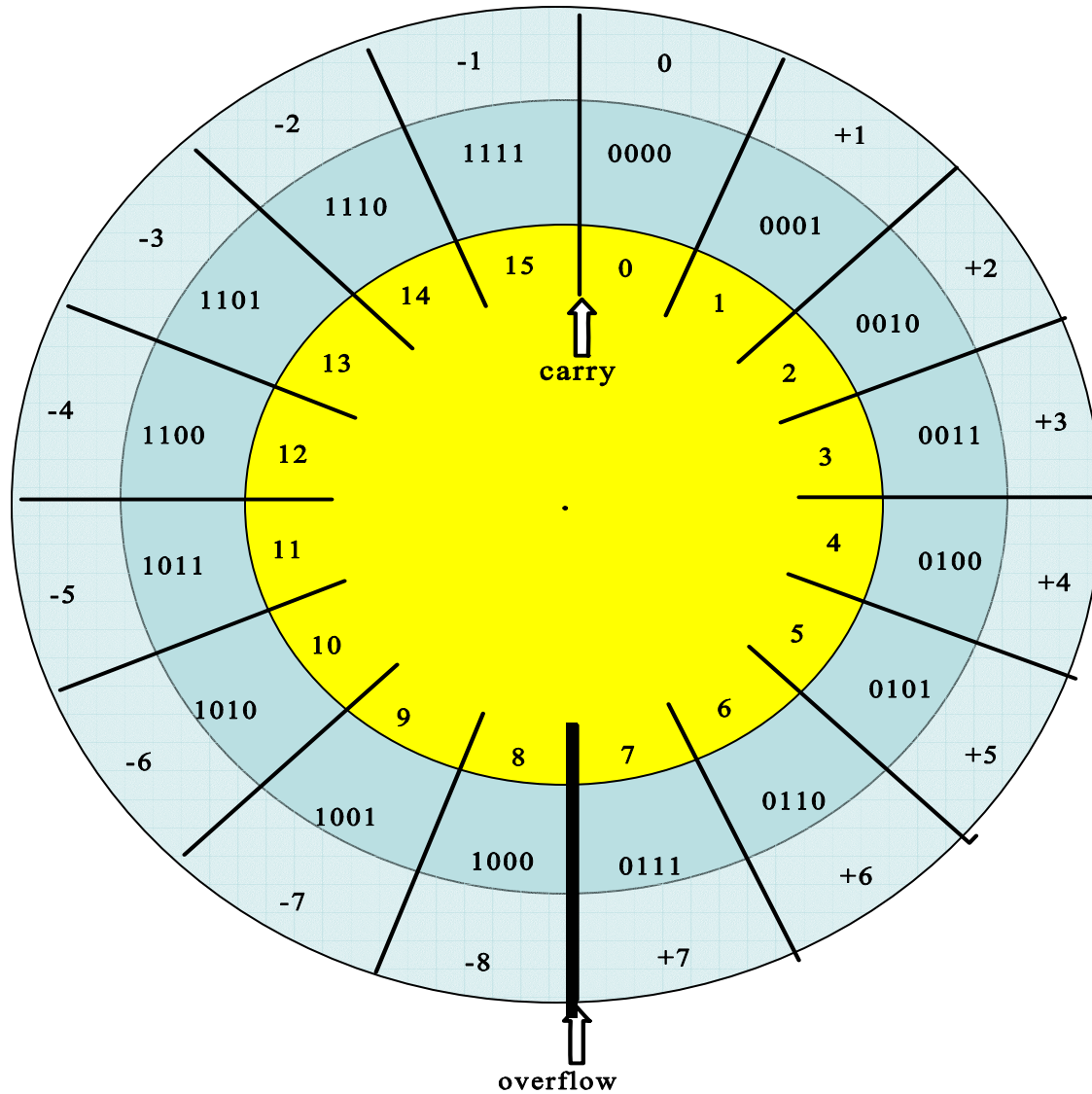
antwoord 1001 + overflow
antwoord $-7 + 16 = +9$

antwoord 0101 + overflow
antwoord $5 - 16 = -11$

Negeren
4 bit systeem



Two's complement code





Hoe werkt de hardware? Schakeling die kan aftrekken

$$A - B = A + (-B) = A + \overline{B} + 1$$



Aftrekken : $-3 - (+6) = -3 + (-6)$

1101	-3
0110	6

-

1101	-3
1010	-6
10111	7

+

0110

bits inverteren 1001

1 bij optellen 1

1010

antwoord 0111 + overflow

antwoord $7 - 16 = -9$

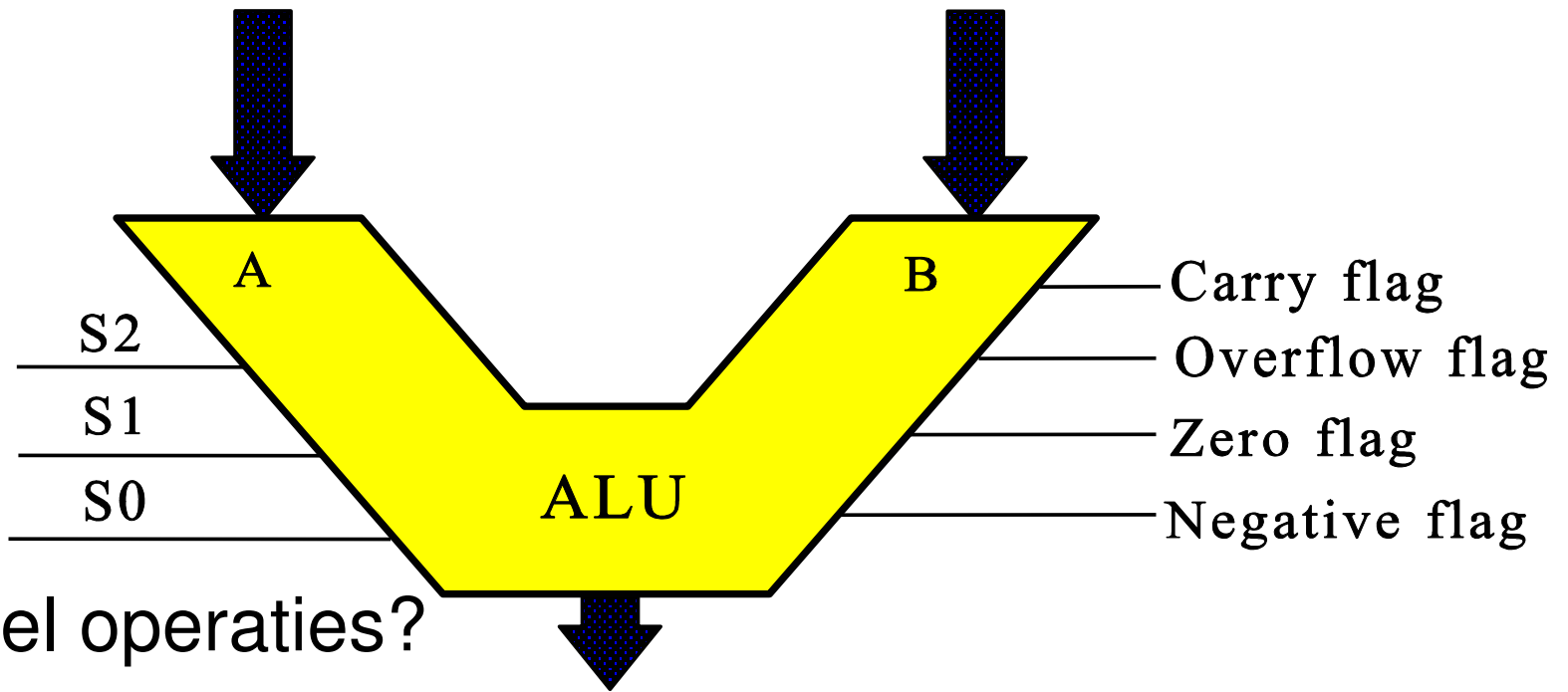
Negeren

4 bit systeem

ALU



Operanden





Overflow condities:

Overflow bij optellen als:

Twee positieve getallen: antwoord negatief

Twee negatieve getallen: antwoord positief

Overflow bij aftrekken als:

Positieve getal – negatief getal: antwoord negatief

Negatief getal – positief getal: antwoord positief

Voor 16 bit systeem: $Overflow = ((NOT(a_{15})) AND (NOT(b_{15})) AND (Y_{15})) OR ((a_{15})AND (b_{15}) AND (NOT(Y_{15}))) OR ((NOT(a_{15})) AND (b_{15}) AND (Y_{15})) OR ((a_{15}) AND (NOT(b_{15})) AND (NOT(Y_{15})))$.

$NOT(a_{15})$: hoogste bit van het getal A is '0'



Verdieping: "sign extension"

- Converteren n bit getallen naar $2 \cdot n$ bit getallen
- Voorbeeld: 8 bit \rightarrow 16 bits

Copy the most significant bit into the other bits

0011 0010 \rightarrow 0000 0000 0011 0010 $50_{\text{Dec.}}$

1001 1010 \rightarrow 1111 1111 1001 1010 $-102_{\text{Dec.}}$



Opgaven

- Vragen en opdrachten paragraaf 2.6 en 2.7