Oplossingen toets- en tentamenvraagstukken hoofdstuk 4

1. Bewijs: z.(y+z) = z. Maak hierbij gebruik van de eerste distributieve wet, rekenregels en modules wetten.
   Antwoord: z.(y+z) = z.y + z.z = z.y + z = z.(y + 1) = z.1 = z.

2. Bewijs met regels uit de Boole-algebra de absorptiewet: z + y.z = z.
   Antwoord: z + y.z = z.(1 + y) = z.1 = z.

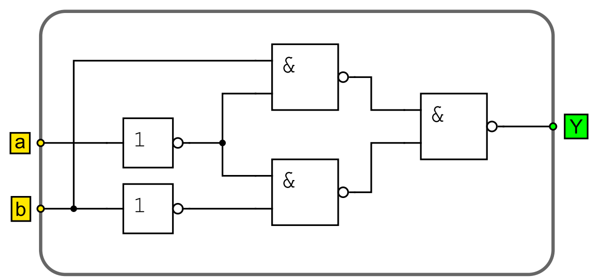
3. Stel dat voor een NAND-operator het $\otimes$-symbool wordt gebruikt. Bewijs m.b.v. een waarheidstabel dat voor deze operator de associatieve wet niet geldt. Dus dat $p \otimes (q \otimes r) \neq (p \otimes q) \otimes r$.

p	q	r	$q \otimes r$	$p \otimes (q \otimes r)$	$p \otimes q$	$(p \otimes q) \otimes r$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1

Tabel 1: Antwoord opgave 3

Antwoord: Kolom 5 is verschillend van kolom 7 van tabel 1 dus is de NAND-operator niet associatief.

4. Geef van het hiernaast weergegeven schema de Boole-uitdrukking weer (geef een uitdrukking voor Y als functie van a en b). Vereenvoudig deze uitdrukking zo ver als mogelijk is. Geef hierbij aan welke regels en wetten je gebruikt.



Antwoord: $Y = \overline{\overline{b.\overline{a}}.\overline{\overline{b}.\overline{a}}} = b.\overline{a} + \overline{b}.\overline{a} = \overline{a}.(b + \overline{b}) = \overline{a}.1 = \overline{a}$. Achtereenvolgens zijn de volgende regels en wetten gebruikt: De Morgan, distributieve wet en rekenregels voor variabelen (2*).

5. Ontwerp een schakeling die gespecificeerd is in tabel 4.17. Waarom is het handiger om $\overline{Z}$ i.p.v. Z als functie van p, x en y te nemen?
   Antwoord: De volgende expressie heeft slechts 3 mintermen:
   $\overline{Z} = \overline{p}.x.\overline{y} + p.x.\overline{y} + p.x.y = x.\overline{y}.(p + \overline{p}) + p.x.y = x.\overline{y} + p.x.y$
   $\overline{Z} = x.(\overline{y} + p.y) = x.(\overline{y} + p).$
   $Z = \overline{x.(\overline{y} + p)} = \overline{x.\overline{\overline{y}.\overline{p}}}.$

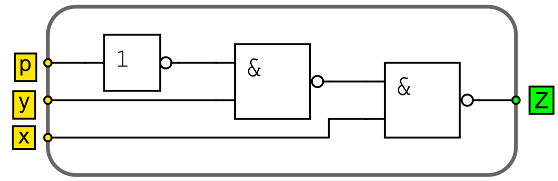
p	x	y	Z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Tabel 4.17

Neemt men Z als functie van p, x en y dan krijgt een expressie met 5 mintermen. Na vereenvoudiging levert dit de volgende formule op:

$Z = \overline{x} + \overline{p}.y = \overline{x.\overline{\overline{p}.y}}.$

Er is gekozen voor een oplossing met slechts één type bouwsteen (een inverter kan worden beschouw als een NAND-poort met één ingang). Bij andere oplossingen zijn er niet minder poorten nodig.



Schema opgave 5

6. XOR-poort: Uit deze tabel van de XOR-poort blijkt dat: $Z = v.\bar{w} + \bar{v}.w$, maar ook:
$\bar{Z} = \bar{v}.\bar{w} + v.w \Rightarrow Z = \overline{\bar{v}.\bar{w} + v.w}$
Leid, gebruik makende van de Boole-algebra, de ene uitdrukking uit de andere af.
Oplossing:
$$Z = v.\bar{w} + \bar{v}.w = \overline{\bar{v} + w} + \overline{v + \bar{w}} = \overline{(\bar{v} + w).(v + \bar{w})} = \overline{\bar{v}.v + \bar{v}.\bar{w} + w.v + w.\bar{w}} = \overline{\bar{v}.\bar{w} + w.v}.$$

7. Geef de tabel van een full adder weer en bewijs m.b.v. Boole-algebra dat voor een full adder geldt: sum(v,y,z) = v ⊕ y ⊕ z en carry(v,y,z) = v.y + v.z + y.z.

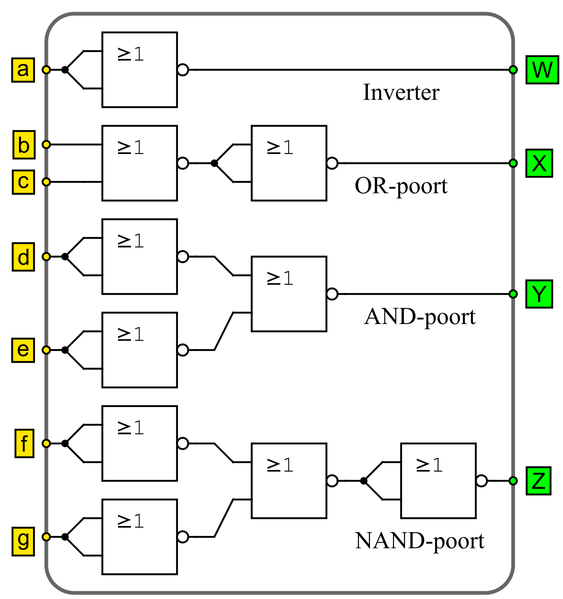
$$Sum = \bar{v}.\bar{y}.z + \bar{v}.y.\bar{z} + v.\bar{y}.\bar{z} + v.y.z =$$
$$\bar{v}.(\bar{y}.z + y.\bar{z}) + v.(\bar{y}.\bar{z} + y.z) =$$
$$\bar{v}.(y \oplus z) + v.\overline{y \oplus z} = v \oplus y \oplus z.$$

v	y	z	Carry	Sum
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Waarheidstabel full adder

$$Carry = \bar{v}.y.z + v.\bar{y}.z + v.y.\bar{z} + v.y.z = \bar{v}.y.z + v.\bar{y}.z + v.y.(\bar{z} + z) =$$
$$\bar{v}.y.z + v.\bar{y}.z + v.y = \bar{v}.y.z + v.(\bar{y}.z + y) = \bar{v}.y.z + v.(z + y) = \bar{v}.y.z + v.z + v.y =$$
$$z.(\bar{v}.y + v) + v.y = z.(y + v) + v.y = v.y + v.z + y.z.$$

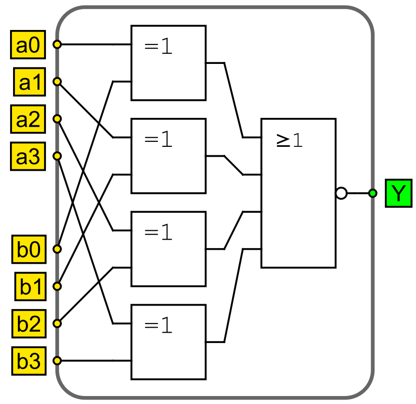
8. Ook de NOR-poort kan worden beschouwd als een basisbouwsteen waaruit alle andere poorten kunnen worden samengesteld. Geef aan op welke manier inverter, OR-poort, AND-poort en NAND-poort kunnen worden samengesteld uit NOR-poorten.



Schema opgave 8

9. Tussen twee computers moet de tekst: *Hallo* worden verstuurd. Hiervoor wordt de ASCII-code gebruikt. Een ASCII-teken bestaat uit zeven bits. Aan ieder teken wordt een achtste bit toegevoegd om ieder karakter van een pariteitbit te voorzien. Hiervoor wordt de msb gebruikt en er is voor even pariteit gekozen. Geef de te verzenden tekst in hexadecimale vorm weer. In paragraaf 2.9 staat de tabel met ASCII-code.
Antwoord: Zonder pariteitbit is de code: 48, 61, 69, 69, 6F. De pariteit van de 7-bits getallen is respectievelijk: even, oneven, oneven, oneven en oneven. Dus de te verzenden tekst wordt bij even pariteit: 48, E1, E9, E9 en EF.

10. Ontwerp een 4-bits comparator. Een comparator is een schakeling die twee invoergetallen $A(a_3, a_2, a_1, a_0)$ en $B(b_3, b_2, b_1, b_0)$ vergelijkt. Als de getallen A en B gelijk zijn, dan is de uitgang van de comparator 1 en als de waarden van A en B verschillen, dan is de uitgang 0.
Welke poort is geschikt om vast te stellen of twee bits ongelijk aan elkaar zijn?
Antwoord: Met een XOR-poort kun je bepalen of twee bits ongelijk aan elkaar zijn. Als alle overeenkomende bits van A en B gelijk zijn dan zijn alle uitgangen van de XOR-poorten 0. Uitgang Y is alleen in dat geval 1.

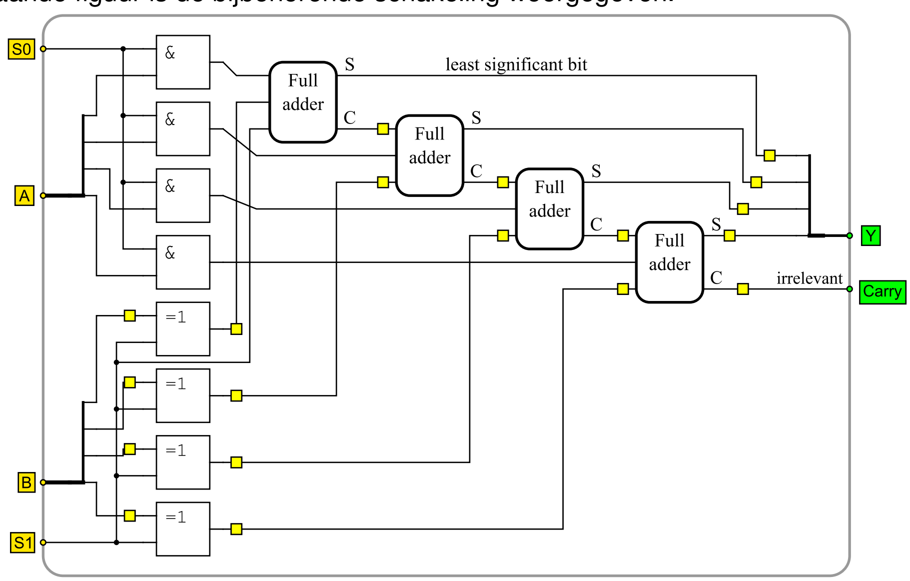


Antwoord opgave 10: 4-bits comparator

11. Ontwerp een ALU die de volgende vier operaties op twee 4-bits getallen A (a_3, a_2, a_1, a_0) en/of B (b_3, b_2, b_1, b_0) uitvoert:
A plus B;
A - B;
B;
$\overline{B}$ (het complement van B).

S0	S1	Uitgangen AND-poorten	Uitgangen XOR-poorten	Operatie
0	0	0	B	B
0	1	0	$\overline{B}$	$\overline{B}$
1	0	A	B	$A+B$
1	1	A	$\overline{B}$	$A+\overline{B}+1 = A-B$

Antwoord: Een oplossing is om een selectingang S1 te gebruiken als $SUB/\overline{ADD}$-ingang en een selectingang S0 om A door te laten of 0 te maken. In nevenstaande tabel is de relatie tussen de selectingangen en de bijbehorende operatie vastgelegd. In onderstaande figuur is de bijbehorende schakeling weergegeven.



Opgave 4.11.11