

Nom:

Prénom:

Numéro d'étudiant(e):

LU2MA220 2020-2021 CC6

Résumé

Durée: 15 minutes

Les résultats doivent être justifiés avec soin. Si vous faites appel à un théorème du cours, il doit être énoncé avec précision. Aucun document n'est autorisé.

Question 1. Soit $\mathbb{Z}[1/p] := \{p^s m \mid s, m \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{Q}$. Par exemple, $3p^{-2} \in \mathbb{Z}[1/p]$. Montrer que $(\mathbb{Z}[1/p], +)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Q}, +)$. Est-ce que $(\mathbb{Z}[1/p] \setminus \{0\}, \cdot)$ est un groupe?

Remarque 1. Dans le contrôle sur Moodle, on prend un premier concret p .

Question 2. Montrer que les groupes $(\mathbb{Z}/p^3\mathbb{Z}, +)$ et $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, +) \times (\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}, +)$ ne sont pas isomorphes.

Remarque 2. Dans le contrôle sur Moodle, on prend un premier concret p .