

Nom:

Prénom:

Numéro d'étudiant(e):

LU2MA220 2020-2021 CC9

Résumé

Durée: 15 minutes

Les résultats doivent être justifiés avec soin. Si vous faites appel à un théorème du cours, il doit être énoncé avec précision. Aucun document n'est autorisé.

Question 1. On a vu dans le cours que si A est un anneau commutatif, alors il en est de même pour l'anneau de polynômes $A[T] = \{a_0 + a_1 T + \dots + a_d T^d \mid d \geq 0, a_i \in A\}$ en une variable à coefficients dans A . Posons $B := \mathbb{C}[T]$.

1. L'anneau B est-il un corps?
2. Déterminer si les sous-ensembles $R_1, R_2 \subseteq B$ sont des sous-anneaux de B :
 - a. $R_1 := \{a_0 + a_1 T + \dots + a_d T^d \mid a_0 \in \mathbb{Z}, a_{i>0} \in \mathbb{R}\}$, c'est-à-dire, le sous-ensemble des polynômes $a_0 + a_1 T + \dots + a_d T^d$ dont le coefficient $a_0 \in \mathbb{Z}$ et les autres coefficients $a_i \in \mathbb{R}$ pour tout $i \in \mathbb{N}_{>0}$.
 - b. $R_1 := \{a_0 + a_1 T + \dots + a_d T^d \mid a_0 \in \mathbb{R}, a_{i>0} \in \mathbb{Z}\}$, c'est-à-dire, le sous-ensemble des polynômes $a_0 + a_1 T + \dots + a_d T^d$ dont le coefficient $a_0 \in \mathbb{R}$ et les autres coefficients $a_i \in \mathbb{Z}$ pour tout $i \in \mathbb{N}_{>0}$.