

Les exercices de base avant le partiel

1. Utiliser v_p pour montrer qu'un nombre de la forme α^β n'est pas rationnel où $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}$:
 - a. **(TD1 Ex10)** $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
 - b. **(Partiel nov 2018)** $\sqrt[3]{5/3} \notin \mathbb{Q}$.
 - c. **(Examen juin 2019)** $(4/7)^{4/7} \notin \mathbb{Q}$.

Variante:

- a. **(TD2 Ex4)** $(2 + \sqrt[3]{20})/3 \notin \mathbb{Q}$.
 - b. **(Partiel nov 2019)** $(\sqrt[3]{40} - 3)/7 \notin \mathbb{Q}$.
2. Utiliser v_p pour (dé)montrer que $a^m | b^n \implies a^s | b^t$ où $m, n, s, t \in \mathbb{N}$ sont les entiers donnés.
 - a. **(TD1 Ex3.4 & Partiel 2019)** $a^3 | b^2 \implies a | b$.
 - b. **(TD1 Ex3.5)** $a^3 | b^3 \implies a | b$.
 - c. **(Partiel 2018 & Examen 2019)** $a^2 | b^2 \implies a | b$.

Variant **(Partiel 2019, vrai ou faux)** :

- a. si $a^3 | b^2$ et $b | c^2$, alors $a | c$ (Indication: c'est faux, pourquoi)?
 - b. si $a^3 | b^2$ et $b^3 | c^4$, alors $a | c$ (Indication: c'est vrai, pourquoi)?
3. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour calculer pgcd.
 4. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour trouver une relation de Bézout $ax + by = \text{pgcd}(a, b)$. Voir §2.4.3 du polycopié, ou page 14 du tableau.
 5. (Utiliser l'algorithme d'Euclide pour) résoudre $ax + by = c$. Voir §2.5.1 et §2.5.2 du polycopié.
 - a. **(TD2, Ex9)**
 - b. **(Partiel nov 2018)** $10x + 16y = 18$.
 - c. **(Examen juil 2020)** Expliciter l'ensemble $\{n \in \mathbb{Z} \mid 20x + ny = 14 \text{ admet une solution } x, y \in \mathbb{Z}\}$.
 6. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour résoudre une équation $ax \equiv b \pmod{m}$. Voir §3.4.7 du polycopié.
 - a. **(TD3, Ex4.b)** $10x \equiv 6 \pmod{14}$
 - b. **(Examen jan 2019)** $10x \equiv 18 \pmod{24}$
 - c. **(Partiel nov 2019)** $64x \equiv 14 \pmod{100}$
 - d. **(Partiel nov 2019)** $65x \equiv 15 \pmod{100}$
 7. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour résoudre un système $\begin{cases} x \equiv a \pmod{m} \\ x \equiv b \pmod{n} \end{cases}$. Voir §3.3.4, §3.3.5, §3.4.9 du polycopié.
 8. En combinant les méthodes précédentes, résoudre un système $\begin{cases} ax \equiv b \pmod{m} \\ cx \equiv d \pmod{n} \end{cases}$.
 - a. **(TD3, Ex4.c)**
 - b. **(Partiel nov 2018, Ex5.bc)**
 - c. **(Examen juin 2019, Ex5.b)**
 - d. **(Partiel nov 2019, Ex6)**
 - e. **(Examen jan 2020, Ex1)**